

УДК 929

Карл Фридрих Гаусс (240-летие со дня рождения)

Самохин В.П.¹, Мещеринова К.В.¹,

Тихомирова Е.А.^{1,*}

* elizarti@bmstu.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Представлен краткий обзор основных достижений Карла Фридриха Гаусса, выдающегося немецкого математика, механика, астронома и физика, лауреата медали Копли, иностранного члена Российской Академии наук и английского Королевского общества, автора множества научных работ, в том числе фундаментальных в основных областях математики, механики, астрономии, геодезии и электромагнетизма. Приведены сведения о родителях и семейной жизни Гаусса, интересные факты из его деятельности, включая подробности образования и научно-исследовательской работы на фоне исторической обстановки в Европе первой половины XIX века. Приведены факты участия Гаусса в создании системы мер и весов СГС, названной его именем, его контактов с европейской наукой того времени, в частности, с Александром фон Гумбольдтом и Вильгельмом Вебером при исследованиях магнитного поля Земли с подробностями устройства и работы созданного ими электромагнитного телеграфа, первого в Европе. Именем Гаусса названы многие физические объекты и научные парадигмы, ему посвящены многие памятники, в том числе бюст в Зале славы Вальхалла.

Ключевые слова: Карл Фридрих Гаусс, математика, Церера, геодезия, триангуляция, Александр фон Гумбольдт, Ампер, электромагнетизм, Вильгельм Вебер, телеграф

Карл Фридрих Гаусс – выдающийся немецкий математик, механик, астроном, геодезист и физик, лауреат медали Копли, член английского Королевского общества, Шведской и Российской Академий наук считается одним из величайших математиков всех времён, «королём математиков».

«Не считать ничего сделанным, если ещё кое-что осталось сделать» – девиз, которым руководствовался Гаусс всю жизнь.



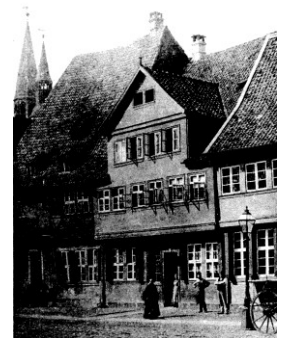
Карл Гаусс (1828)
(фото с литографии С. Бендиксена)

Детство и юность. Карл Гаусс родился 30 апреля 1777 года в Брауншвейге, главном городе саксонского княжества Брауншвейг-Вольфенбюттель (нем. *Braunschweig-Wolfenbüttel*) ↓ в семье бедняков Гебхарда Гаусса (нем. *Gebhard Gauß*; 1744 – 1808) и Доротеи Бенц (нем. *Dorothea Bentze*; 1743 – 1839), переселенцев из деревни. Переезд дал семье Гауссов надежду на лучшее будущее, хотя в средневековье не было легкого способа достижения этого. Отец Карла Гаусса вынужден был обходиться случайными заработками: то в саду, то на канале, то мясником, то бухгалтером похоронного бюро и счётоводом во время ярмарок в Брауншвейге и Лейпциге. [1, 2]



Одной из первых важных задач семьи было обзавестись собственным жильём в пределах города, что было реализовано в доме на улице Венденграбен (нем. *Wendengraben*), и сделало их горожанами с правами. Карл Гаусс родился в доме, который в дальнейшем стал номером 30 по Вильгельмштрассе.

Через несколько лет после рождения сына родители уехали из этого дома, ↗ с которым связана одна из историй о детстве Гаусса, согласно которой в



Памятная доска на Вильгельмштрассе 30 в Брауншвейге, где был дом Гауссов ↘

возрасте трех-четырёх лет будущий гений математики чуть не утонул в близлежащем канале. [3]

Мать Карла Гаусса Доротея, приехавшая в Брауншвейг в 1769 году, происходящая из семьи каменщиков, была решительной женщиной с сильным характером, острым умом и чувством юмора. В 1776 году она вышла замуж за будущего отца Гаусса. Комната, в которой




Карл часто оставался с матерью, висел старомодный календарь, и вскоре маленький мальчик мог

прочитать и запомнить все числа на нем. Самая ранняя математическая легенда о Карле утверждает, что в три года он, прислушиваясь к расчётам отца с каменщиками-подёнщиками, неожиданно поправил отца и оказался прав. Гаусс говорил о себе, что «... *умел считать раньше, чем говорить*».

По мнению биографов, Карл Гаусс унаследовал от родных отца крепкое здоровье, а от родных матери яркий интеллект. Ближе других был к будущему ученому дядя Фридрих – ткач, в котором, по словам племянника, «... *погиб прирожденный гений*». Он делал все, что мог для поощрения живой сообразительности мальчика. Имя дяди сохранилось в полном имени благодарного племянника – Карл Фридрих Гаусс. Карл был гордостью матери, спасшей его от удела садовника или каменщика, чего хотел отец, но в дальнейшей жизни он не порицал отца, давая понять, что никогда не питал к нему привязанности. [4]

С семи лет Карл учился в начальной школе Св. Катарини (нем. *St. Katharine's Volksschule*). Школа была затхлой и низкой, с неровным полом и ста учениками. Из класса с одной стороны были видны два высоких готических шпиля церкви Св. Катарини, а с другой – конюшенная часть трущоб. По легенде, когда ему было девять лет, учитель математики Джурген Бюттнер (нем. *Jürgen Büttner*), чтобы занять детей на долгое время, предложил им сосчитать сумму чисел от 1 до 100. Обнаружив, что парные суммы с противоположных концов ряда этих чисел равны ($1+100=101$, $2+99=101$ и т. д.), Карл мгновенно получил результат: $50 \times 101 = 5050$. Бюттнер был так поражён тем, что сделал десятилетний мальчик без каких-либо указаний, что на собственные деньги купил в Гамбурге лучший учебник арифметики, который смог достать, и подарил его Карлу. Мальчик “проглотил” эту книгу и до старости большую часть вычислений производил в уме. «*Он превзошел меня, – сказал Бюттнер, – я ничему больше не могу его научить*». [3]

По счастливому случаю ассистентом Бюттнера тогда был Мартин Бартельс  (нем. *Martin Bartels*; 1769 – 1836), позже профессор математики Казанского университета и учитель Н.И. Лобачевского (1792 – 1856). Он увидел талант Гаусса и стал уделять маленькому ученику особое внимание. Между 17-летним помощником учителя и 10-летним школьником возникла дружба, которая продолжалась до конца жизни Бартельса. Они вместе занимались, помогая друг другу разобраться в трудных вопросах. Из учебников Бартельса Карл узнал о биноме Ньютона для нецелых показателей и бесконечных рядах, в те же годы он сделал первые шаги в



математическом анализе. Из этих ранних занятий развился научный принцип Гаусса, доминировавший в его деятельности: утверждения должны иметь строгие доказательства. До его работ в математике было много созерцательного, утверждения основывались на конкретных примерах, существовали понятийные белые пятна и неполные доказательства. Он быстро овладел биномиальной теоремой (см. Приложение 1).

Вундеркинд Карл Гаусс поражал всех, следивших за его развитием, и превзошел надежды, которые он подавал в детстве. Его мать Доротея ждала от сына великих дел. Когда Гауссу было 19 лет, она спросила его друга, в будущем известного математика Больяи, достигнет ли когда-нибудь её сын чего-нибудь, тот воскликнул: «*Карл Гаусс – это величайший математик Европы!*», и она расплакалась от радости. Мартин Бартельс сделал для Гаусса больше, чем просто ввел его в тайны алгебры. Он подготовил Карла к обучению с 1788 года в специализированной гимназии Св. Катарины (нем. *Martino-Katharineum, Braunschweig*). Здесь читались упорядоченные лекции, и впервые Гаусс учился в классах разумной численности с соучениками одного возраста. Программа обучения здесь была более гуманитарной, изучали иностранные языки, в том числе латынь и греческий, что было необходимо для получения высшего образования и академической карьеры (латынь в то время была международным языком науки). Он полюбил английскую и французскую литературу, которую читал в подлиннике, а также приступил к изучению древних языков, причём столь успешно, что стал сомневаться, кем стать – математиком или филологом? Через два года Гаусс достиг высшей ступени среднего образования. Ему было всего 24 года, когда по предложению Бартельса Казанский университет избрал его своим почетным членом.

Бартельс был знаком с влиятельными людьми Брауншвейга и сообщил им о выдающихся способностях “чудо-мальчика”. В результате 14-летний Карл Гаусс был представлен герцогу Брауншвейгскому Карлу Вильгельму Фердинанду (1735 – 1806). Молодой Гаусс произвел на герцога столь сильное впечатление, что тот назначил юноше годовую стипендию 10 талеров. Подобное меценатство не было обычным для того времени в Брауншвейге, и оно позволило Гауссу преодолеть социальные барьеры, стоявшие перед ним из-за его происхождения. Важную помощь при этом он получил от Эберхарда Циммермана (нем. *Eberhard von*



Zimmermann; 1743-1815), профессора специализированной школы «Коллегия Карла» (нем. *Collegium Carolinum*), который настоял на помощи талантливому юноше.

Стипендия герцога и его значительная поддержка личными средствами помогла Гауссу закончить в 1795 году Collegium Carolinum – предшественника Брауншвейгского технического университета – «*дополнительным свободным учеником*». [4] Здесь Карл учился у Циммермана, который признал его таланты и был добр к нему. Его благосклонное внимание сопровождало Гаусса до



1806 года, когда княжество Брауншвейг было завоёвано Наполеоном, за год до того, как он стал директором обсерватории в Гёттингене. Дружба между ними длилась до смерти Циммермана.

Среди математических книг, которые Гаусс изучал в то время, были «Математические начала» Исаака Ньютона (1642 – 1727), «Искусство предположений» Якоба Бернулли (1654 – 1705), работы Жозефа Лагранжа (1736 – 1813) и некоторые мемуары Эйлера (1707 – 1783). Особенно привлекали будущего ученого работы Ньютона, которого он считал математическим гением и примером для подражания. В Коллегии Карл Гаусс начал некоторые математические исследования, связанные с распределением простых чисел и основами геометрии. Прогресс молодого ученого, должно быть, удовлетворял герцога, который из года в год увеличивал ему финансовую поддержку.

Осенью 1795 года, в возрасте 18 лет, Гаусс оставил родной Брауншвейг и переехал в Гёттинген, маленький ганноверский городок, известный благодаря своему университету. Юноша отправился туда вопреки желанию герцога Брауншвейгского, который хотел, чтобы его подопечный стал студентом местного университета в Хельмштедте. Несмотря на это герцог увеличил стипендию Гаусса до 400 талеров в год с обеспечением его бесплатного проживания.

Гёттингенский университет носил имя Георга Августа – в честь короля Англии Георга II, который также был курфюрстом Ганновера. Этот храм наук был задуман по модели Оксфорда и Кембриджа, что означало большую независимость от церковного влияния и лучшее качество образования. Гаусс получил свободу в своих академических обязанностях и мог самостоятельно выбирать предметы и наставников, что было очень благоприятно для его образования.



В Гёттингенском университете Карл Гаусс посещал лекции по физике и астрономии профессора Георга Лихтенберга (нем. *Georg Lichtenberg*), известного введением терминов “положительный” и “отрицательный” для электрических зарядов со знаками «+» и «-» соответственно. Особый интерес он проявил к лекциям Христиана Хейне (нем. *Christian Heyne*) по филологии. Сохранился список



E.A. Zimmermann (1743 - 1815)



G.C. Lichtenberg (1742 - 1799)



C.G. Heyne (1729 - 1812)



студенты Карл Гаусс



и Фаркаш Больяи

книг, которые Карл брал в библиотеке. Этот список содержит не только математическую литературу, но и романы того времени, которые он читал на языках оригиналов, и шведскую грамматику.

У Гаусса было немного друзей среди студентов. Прочная дружба завязалась у него с Фаркашем фон Больяи (венг. *Farkas von Bolyai*), венгерским дворянином из Трансильвании. Результат этой дружбы – переписка, длившаяся более пятидесяти лет, начиная с 1779 года, когда Гаусс на время уезжал из Гёттингена, и до 1853 года, за два года до смерти Гаусса.

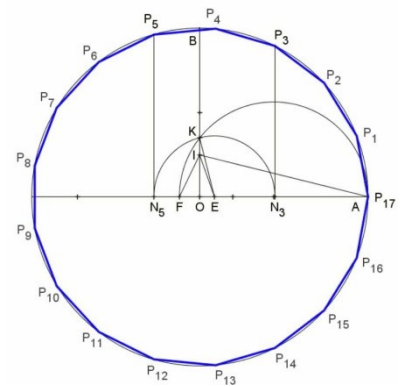
В автобиографическом наброске, написанном в 1840 году, Больяи так написал о дружбе с Гауссом: «... я познакомился с Гауссом, который тогда в Гёттингене учился, и с которым я и теперь дружу, хотя я никогда не мог даже отдаленно сравниться с ним. Он был очень скромен и сдержан; не три дня, как с Платоном, а годы можно было общаться с ним, не подозревая о его исключительности. Жаль, что я не знал, как открыть эту молчаливую книгу без названия и прочесть ее. Я не знал, как много он знает, а он, узнав меня поближе, высоко оценил меня, не зная, как я мал. Нас связывала (не проявлявшаяся вовне) страсть к математике и наше духовное сродство; часто мы гуляли вместе часами, каждый занятый своими мыслями, не обмениваясь ни словом». [1]

Три года учёбы в Гёттингенском университете (с октября 1795 по сентябрь 1798 года) были самыми плодотворными в жизни Гаусса. Поступая в университет, он еще не решил, чему посвятить свою жизнь – математике или филологии. Приступив к систематизации математических идей, одолеваящих его с 17 лет, Гаусс почти не посещал лекций по математике и задумал фундаментальный труд по теории чисел. Вот как об этом написал Феликс Клейн (нем. *Felix Klein*; 1849 – 1925), немецкий математик и глубокий исследователь научного творчества Гаусса:

«Естественный интерес, какое-то, я сказал бы, детское любопытство приводит впервые мальчика независимо от каких-либо внешних влияний к математическим вопросам. Первое, что его привлекает, это чистое искусство счета. Он беспрестанно считает с прямо-таки непреодолимым упорством и неутомимым прилежанием. Благодаря этим постоянным упражнениям в действиях

над числами, например, над десятичными дробями с невероятным числом знаков, он не только достигает изумительной виртуозности в технике счета, которой он отличался всю свою жизнь, но его память овладевает таким колоссальным числовым материалом, он приобретает такой богатый опыт и такую широту кругозора в области чисел, каким навряд ли обладал кто-либо до или после него. Путем наблюдений над своими числами, стало быть, индуктивным, «экспериментальным» путем он уже рано постигает общие соотношения и законы. Этот метод, стоящий в резком противоречии с современными навыками математического исследования, был, однако, довольно распространен в XVIII столетии и встречается, например, также у Эйлера... Все эти ранние, придуманные только для собственной удовольствия забавы ума являются подходами к значительной, лишь позже осознанной цели. В том-то именно и заключается подсознательная мудрость гения, что он уже при первых пробах сил, полуиграя, еще не сознавая всего значения своих действий, попадает, так сказать, своей киркой как раз в ту породу, которая в глубине своей таит золотоносную жилу. Но вот наступает 1795 год, о котором мы имеем более точные показания... С еще большей силой, чем до сих пор (ещё до гёттингенского периода), его охватывает страстный интерес к целым числам. Незнакомый с какой бы то ни было литературой, он должен был всё создавать себе сам. И здесь он вновь проявляет себя как незаурядный вычислитель, пролагающий пути в неизвестное. Гаусс составляет большие таблицы простых чисел, квадратичных вычетов и невычетов, выражает дроби $1/p$ от $p = 1$ до $p = 1000$ десятичными дробями, доводя эти вычисления до полного периода, что в иных случаях требовало несколько сотен десятичных знаков. При составлении последней таблицы Гаусс задался целью изучить зависимость периода от знаменателя p . Кто из современных исследователей пошел бы этим странным путем, чтобы получить новую теорему! Гаусса же привел к цели именно этот путь, по которому он шел с невероятной энергией. Он сам утверждал, что отличается от других людей только своим прилежанием». [2]

День 30 марта 1796 года стал поворотным пунктом в жизни Гаусса. Доказав, что циркулем и линейкой можно построить правильный 17-угольник, он окончательно сделал выбор в пользу математики (изучение языков на всю жизнь осталось его любимым занятием на досуге). В тот же день он начал вести научный дневник.



<https://de.wikipedia.org/wiki/Siebzehneck#/media/File:01.Siebzehneck-Animation-Richmond.gif> 

1 июня 1796 года в газете «Jenenser Intelligenzblatt» появилась заметка следующего содержания:

«Всякому геометру известно, что можно циркулем и линейкой строить разные правильные многоугольники, а именно: треугольник, пятиугольник, 15-угольник и те, которые получаются из каждого из них путем последовательного удвоения числа его сторон. Это было известно во времена

Евклида, и, как кажется, с тех пор было распространено убеждение, что дальше область элементарной геометрии не распространяется: по крайней мере, я не знаю удачной попытки распространить ее в эту сторону.

Тем более кажется мне заслуживающим внимания открытие, что, кроме этих правильных многоугольников, может быть геометрически построено множество других, например 17-угольник».

C. Gauss

В 1797 году Карл Гаусс предложил строгое доказательство сформулированной полвека ранее Леонардом Эйлером и Жаном Д'Аламбером (фр. *Jean Le Rond D'Alembert*; 1717 – 1783) основной теоремы алгебры, согласно которой алгебраический многочлен с действительными коэффициентами

раскладывается в произведение действительных линейных и квадратичных множителей. К 1798 году было почти закончено сочинение фундаментального труда «Арифметические исследования» (лат. *Disquisitiones Arithmeticae*).

Подготовкой к его изданию Гаусс занимался по 1799 год в университете имени Юлиуса Брауншвейг-



Вольфенбюттельского (нем. *Collegium in Helmstedt*), ↗ расположенном в соседнем городе Хельм-

штедте. Там он был гостеприимно принят профессором Иоганном Пфаффом ↘

(нем. *Johann Pfaff*, 1765 – 1825), известным математиком, где и поселился.

Здесь Гаусс работал в тогда лучшей немецкой математической библиотеке, которой ведал Пфафф, знакомясь с достижениями *царицы математики* – так он называл арифметику. Часто вечерами они с Пфаффом прогуливались, рассуждая о математике, и стали друзьями. Университетом Collegium in Helmstedt за



«Арифметические исследования» Гауссу была присуждена учёная степень доктора наук. Осенью

1798 года Гаусс вернулся в Брауншвейг, где прожил до 1807 года.

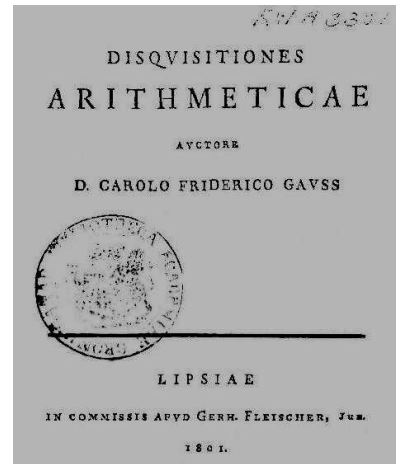
Гаусс надеялся на быстрое издание своего труда, но эта книга до сентября 1801 года находилась в печати из-за трудностей у издателя в Лейпциге. На помощь пришел герцог Брауншвейгский, который в 1801 году оплатил её издание. В знак благодарности Гаусс посвятил этот труд своему покровителю, и имя герцога стало связанным с основными трудами Гаусса.

Книга *Disquisitiones Arithmeticae* сразу ввела Гаусса в ряд таких математиков как Пьер Ферма́ (фр. *Pierre de Fermat*; 1601 – 1665). Гаусс не продолжил его работ: «... *Теорема Ферма представляет для меня*

очень небольшой интерес, так как я могу легко выдвинуть множество таких утверждений, которые никто не смог бы ни доказать, ни опровергнуть».

Жозе́ф Луи Лагранж (фр. *Joseph Louis Lagrange*; 1736 – 1813) 31 мая 1804 года написал Гауссу: «*Исследования возвысили Вас до уровня первых математиков, и я считаю, что последняя часть содержит самое красивое аналитическое открытие среди сделанных на протяжении длительного времени... Поверьте, сударь, что никто не аплодирует Вашему успеху более искренне, чем я*». [4]

Малые планеты. Начиная с работ Кеплера, Галилея и Ньютона, астрономия была наиболее ярким приложением математики в трудах Эйлера, Д’Аламбера, Клеро, Лагранжа и Лапласа. С 1781 года, когда была открыта планета Уран, доведя тем самым число известных тогда планет до удовлетворявшего философов значения 7, астрономы исследовали небеса в поисках других членов солнечной системы, ожидаемых между орбитами Марса и Юпитера. Гаусс начал интересоваться астрономией еще в Гёттингене, наблюдения он проводил и в Брауншвейге, израсходовав часть герцогской пенсии на покупку секстанта. ➔

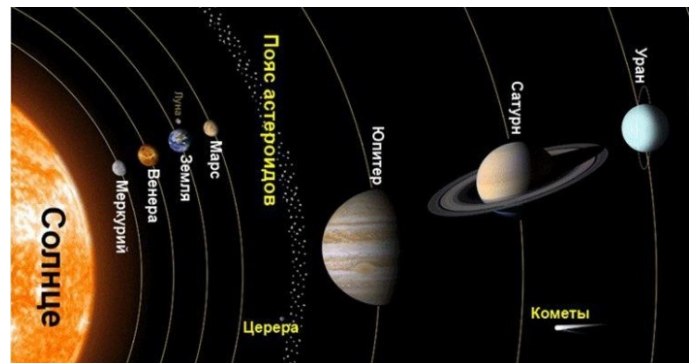


В первый день XIX века итальянский астроном Джузеппе Пиацци (итал. *Giuseppe Piazzi*; 1746 – 1826), составлявший звездный каталог, обнаружил неизвестную звезду 8-й звездной величины. Наблюдая и “потеряв” её через 40 дней, Пиацци обратился к крупнейшим астрономам с просьбой продолжить наблюдения. В июне эти сведения дошли до Франца фон Цаха (нем. *Franz von Zach*; 1754 – 1832), издававшего единственный в то время астрономический журнал *Monatliche Correspondenz*. Цах высказал гипотезу, что речь идет «о давно подозреваемой между Марсом и Юпитером, а теперь, по-

видимому, открытой, новой большой планете». Гипотеза Цаха оказалась правдоподобной, и “потерянную” планету стали искать.

Это событие привлекло внимание Гаусса как раз в тот момент, когда он был готов сделать большой шаг в нехоженые дебри математической астрономии. Друзья Гаусса, а также его отец потерпели терпение ждать, когда он займет какой-нибудь доходный пост. Гаусс занимал скромное положение приват-доцента в Брауншвейге, получая 6 талеров в месяц. Пенсия в 400 талеров от герцога-покровителя не настолько улучшила его положение, чтобы он мог содержать семью, а он подумывал о женитьбе. Получить кафедру по математике было непросто, и Гаусс не очень хотел преподавательской работы. Расширяющаяся сеть обсерваторий делала карьеру астронома более доступной.

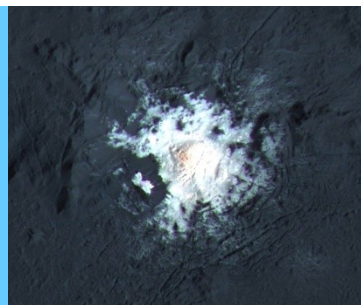
На заре XIX столетия удобный случай, которого недоставало Гауссу, ему представился. В сентябре 1801 года, оставив все свои дела, он занялся вычислением орбиты потерянной планеты. Специально для этого Гаусс разработал эффективный способ определения элементов орбиты по трём наблюдениям, если на их моменты известны время, прямое восхождение и склонение. В ноябре эти вычисления были закончены и в декабре опубликованы в журнале *Monatliche Correspondenz*. В ночь с 31 декабря на 1 января – ровно через год после наблюдений Пиацци – немецкий астроном, врач и физик Генрих Ольберс (нем. *Heinrich Wilhelm Olbers*; 1758 – 1840), основываясь на расчётах Гаусса, нашёл планету. Её назвали Церера в честь древнеримской богини урожая и плодородия. Вскоре были обнаружены Паллада и Веста, орбиты которых также отвечали вычислениям Гаусса.



Открытие Цереры совпало с атаками философа Гегеля (нем. *Georg Wilhelm Friedrich Hegel*; 1770 – 1831) на астрономов, ищущих восьмую планету. *«Их поиски являются глупой тратой времени, так как с позиций философии, – утверждал Гегель, – планет может быть ровно семь, не больше и не меньше»*.

Философские позиции уважались Гауссом, но он часто не одобрял пути, которыми они достигались. *«Существуют проблемы, – говорил он, – решению которых я придаю бы неизмеримо большее значение, чем решению проблем математики, например касающиеся этики или нашего отношения к богу, нашей судьбы и будущего; но их решение нам не по силам, и оно полностью лежит за пределами естествознания»*.

Церера –ближайшая к Земле карликовая планета, расположенная в поясе астероидов, самая крупная среди ближайших астероидов. Космический зонд Dawn, запущенный NASA в 2007 году, предназначался специально для изучения Цереры и ее космической соседки Весты. В октябре 2015 года Dawn занял самую низкую орбиту Цереры, и ученые получили уникальные возможности наблюдать за далекими планетами. [Фото пятен на Церере, присланные Dawn в 2016 году \(NASA\)](#) ↗



Полезность вычислительных методов Гаусса стала для астрономов несомненной. Сразу после переоткрытия Цереры французский математик и астроном Пьер Лаплас (фр. *Pierre-Simon de Laplace*; 1749 – 1827) приветствовал Гаусса как равного, а вскоре – как превзошедшего его. К Гауссу стало приходить международное признание, его избрали членом-корреспондентом Санкт-Петербургской академии наук и пригласили занять место директора Пулковской обсерватории. Гаусс отозвался, что ему лестно получить приглашение в город, где работал Эйлер, и он серьезно подумает о переезде. Узнав об этом, Генрих Ольберс задался целью сохранить Гаусса для немецкой науки. В 1802 году он предложил пригласить Гаусса на должность директора строящейся обсерватории Гёттингенского университета, куда в итоге и переехал Гаусс. [3]

Тем временем разгорались наполеоновские войны. Вскоре после 1789 года между Священной римской империей и Францией началась серия коротких войн, которые с 1799 года вел Наполеон.

Герцог Брауншвейгский, покровитель Гаусса, был одним из знаменитейших воинов своего времени. Его военная служба составляла около пятидесяти лет, начиная со сражений под командованием короля Фридриха Великого. Он занимал высокие посты в прусской армии, а в 1803 году ездил в Санкт-Петербург, где предпринял ряд шагов к русско-прусскому сближению. Император Александр I 23.10.1805 наградил его орденом Св. Андрея Первозванного. Живший победными воспоминаниями прусский кабинет в 1806 году назначил герцога генералиссимусом прусской армии, хотя ему было уже за семьдесят.

В 1803 году герцог Брауншвейгский, предвидя войну с Наполеоном, увеличил содержание Гаусса до 600 талеров, рекомендовав ему обзавестись семьёй и детьми (чтобы не призвали в армию?). Поразмышляв об этом, Карл ↘ стал всерьёз ухаживать за Иоганной Остхоф (нем. *Johanna Osthoff*), на которой и женился в 1805 году. [4]



Иоганна (1780 – 1809) была дочерью кожевника, на три года младше Гаусса, и её знала мать Гаусса, которая работала на семью Остхофов. В детстве Карл часто бывал в доме родственников своей будущей жены. Через три дня после обручения Гаусс в письме Большии написал о переполнявшем его счастье так: *«Жизнь предстает передо мной как вечная весна, в новых, ярчайших красках»*.

Интерес к астрономии юного Фридриха Бесселя (нем. *Friedrich Bessel*; 1784 – 1846) ↓ привёл его к Ольберсу, который рекомендовал молодого самоучку Гауссу для помощи в анализе данных наблюдений. Это была необходимая и поглощающая много времени часть астрономии, и Гаусс, при всём своём искусстве вычислителя, был благодарен за помощь. Поощряя интерес Бесселя к астрономии, Гаусс обсуждал с ним такие интересные вопросы, как определение орбит комет. Между Гауссом и Бесселем была обширная и содержательная переписка.



Среди инструментов, которыми Гаусс располагал в Брауншвейге был рефлекторный телескоп, который он купил с помощью своего будущего коллеги, астронома Карла Гардинга (нем. *Karl Ludwig Harding*; 1765 – 1834). Рефлектор пришлось много раз корректировать, что побудило Гаусса заняться тем, что он называл “*диоптрическими исследованиями*”, то есть изучением систем оптических линз, теоретических и фактических ограничений их использования.

Бесцеремонные повадки Наполеона в Европе спровоцировали короля Пруссии Фридриха Вильгельма III (деда императора Александра II) на ультиматум с требованиями вывода французских войск из южной Германии. Наполеон отверг этот ультиматум, и в 1806 году началась война наполеоновской Франции и её сателлитов с четвёртой коалицией держав Европы. 14 октября 1806 года в генеральном сражении при Йене и Ауэрштедте герцог Брауншвейгский, командующий прусской армией, был смертельно ранен и с поля боя доставлен в Брауншвейг. Сражение окончилось полным разгромом прусской армии.




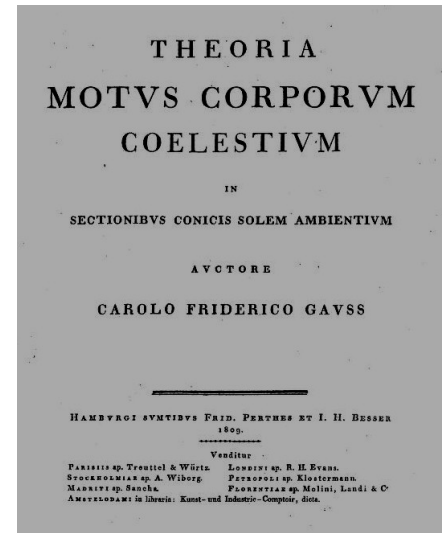
Приближенные герцога, уходя с ним от французской армии, вышли ранним утром через гамбургские ворота города, разбудив стуком экипажей Гаусса. [3] Он увидел отъезд своего покровителя и его приближённых из Брауншвейга и возненавидел Наполеона. 10 ноября 1806 года от полученных ран герцог Карл Вильгельм Фердинанд Брауншвейгский скончался в Альтоне, близ Гамбурга.


Декретом Наполеона от 18 августа 1807 года из земель, лежавших между Рейном и Эльбой, было создано Королевство Вестфалия (нем. *Königreich Westphalen*) – зависимое от Франции государство, существовавшее в 1807...1813 годах в составе Конфедерации Рейна. В него вошли многие, ранее существующие государства, в том числе курфюршество Ганновер и княжество Брауншвейг-

Вольфенбюттель. По решению Венского конгресса в 1815 году большая часть составлявших Вестфалию земель была передана Пруссии.

Со смертью своего благодетеля Гаусс должен был ускорить выбор работы для содержания его увеличивающейся семьи. В 1806 году у него родился старший сын, которого окрестили Иосифом в честь Пиаци (монаха Иосифа), открывшего Цереру и тем самым косвенно принесшим славу Гауссу.

В 1807 году Гаусс завершил свой второй шедевр – «Теория движения небесных тел,  обращающихся вокруг Солнца по коническим сечениям» – и решил переезжать со своей семьёй в Гёттинген. В Брауншвейге не ценили его работ, считая его чудаком. К тому же Наполеон обложил Вестфалию тяжелой контрибуцией. Сам Гаусс должен был, но не смог заплатить непосильный для него налог в 2000 франков. За него пытались внести деньги Ольберс и прямо в Париже Лаплас, но оба раза Гаусс гордо отказался. «Смерть мне милее такой жизни», – написал Гаусс между заметками по теории эллиптических функций.



Летом 1805 года знаменитый немецкий естествоиспытатель Александр фон Гумбольдт  (нем. *Alexander von Humboldt*; 1769 – 1859), обсуждая в научных кругах Парижа результаты своего недавнего, почти пятилетнего путешествия по Центральной и Южной Америке, спросил Лапласа: «Кто является величайшим математиком Германии?» Лаплас ответил: «Пфафф». – «А как же Гаусс?» – удивился Гумбольдт. – «О, – ответил Лаплас, – Гаусс – это величайший математик мира».



Александр и его брат Вильгельм учились в Гёттингене раньше Гаусса, но позже стали пожизненными друзьями. Их переписка продолжалась до смерти Гаусса.

Ранее Лаплас рекомендовал Наполеону обратить щадящее внимание на Гёттингенский университет, так как «там живут передовые математики своего времени». Возможно поэтому долг Гаусса 2000 франков был погашен анонимно одним из заместителей Наполеона в Вестфалии.

Летом 1807 года Гаусс посетил дом Генриха Ольберса в Бремене, где принял официальное предложение стать директором обсерватории Гёттингенского университета с привилегией чтения лекций по математике. С апреля 1810 года братья Гумбольдты неоднократно проявляли намерение перевести Гаусса на работу из Гёттингенского в Берлинский университет, но по семейным обстоятельствам это предложение так и не было принято.

Дела семейные. 76-мильный переезд Гауссов в Гёттинген начался в ноябре 1807 года. Через три месяца у них родилась дочь, названная Вильгельминой (Минной) в честь Ольберса, нашедшего Палладу. Это счастье было омрачено смертью 14 апреля 1808 года Гебхарда Гаусса, отца Карла, ставшей предвестником ещё более драматических событий.

11 октября 1809 года у Гауссов родился сын Людвиг, названный так в честь К.Л. Хёрдинга, открывшего Юнону. Через месяц после родов Иоганна умерла, что стало ужасным ударом для Карла. Мальчик – *бедный Луи*, как звал его отец, – через несколько месяцев последовал за своей матерью. Безутешный Гаусс погрузился в депрессию.

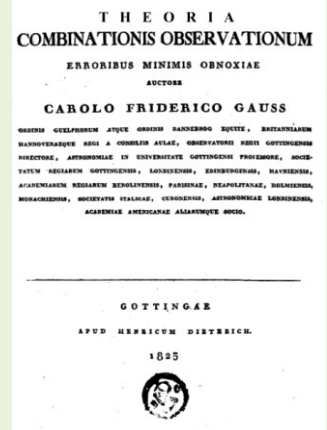
В 1809 году Гаусс опубликовал свой труд по астрономии. Задержка произошла из-за опасений издателя, что книга на немецком языке не найдет спроса, а Гаусс из патриотических соображений отказывался печатать книгу на французском языке. Компромисс состоялся в издании книги на латыни. В книге был изложен метод наименьших квадратов, остающийся и по сей день одним из самых распространенных методов обработки результатов наблюдений (Гаусс знал этот метод с 1794 года и с 1802 систематически им пользовался). [3]

Метод наименьших квадратов используется при обработке наблюдений, когда наиболее вероятное значение измеряемой величины должно быть получено по результатам большого числа измерений. Работа в этом направлении вызвала у Гаусса интерес к теории ошибок наблюдения. Независимо от Гаусса, созданием такого метода занимался французский математик Адриен Лежандр (фр. *Adrien-Marie Legendre*; 1752 – 1833), который в 1806 году опубликовал свои результаты. Закон Гаусса нормального распределения ошибок известен всем, имеющим дело со статистикой.



Определение Гауссом планетных и кометных орбит по данным наблюдений с учётом возмущений, стало основой канона, который многие годы господствовал в вычислительной и практической астрономии.

Гаусс обосновывал метод наименьших квадратов несколькими различными способами. Один из его подходов представлен в публикациях «Теория комбинаций наблюдений, подверженных наименьшим ошибкам». Первая часть из них (1821) посвящена систематическому построению теории ошибок на основе теории вероятностей, а вторая (1823) содержит приложения метода наименьших квадратов, по большей части к проблемам, возникающим из астрономии. В приложении подробно описаны также два примера из геодезических работ, в которых Гаусс использует свои данные и данные датской триангуляции (см. далее).



4 августа 1810 года Карл Гаусс, ради своих маленьких детей, снова женился. Его избранницей стала Фридерика Вильгельмина (Минна) Вальдек (нем. *Friderica Wilhelmine Waldeck*; 1788 – 1831), дочь профессора права Гёттингенского университета, которая была подругой Иоганны, первой жены Гаусса. Этот брак зарегистрирован в Гёттингенской церкви Св. Иоанна 4 августа 1810 года. Гаусс хотел, чтобы его мать жила с ним, но она не сделала этого до 1817 года. У Минны и Карла родились сыновья Юджин (нем. *Eugenius*; 29.07.1811), Вильгельм (23.10.1813) и дочь Тереза (09.06.1816).



Гаусс очень любил свою семью, и впереди у него было много лет успешной научной работы. Гёттинген был особенно подходящим местом, потому что научная работа – математика и астрономия – ценилась там больше, чем в любом другом немецком университете. Независимость университета от церковного надзора и прямого вмешательства правительства, признание актуальности естественных наук обеспечили ему ведущее положение среди немецких университетов. Другой особенностью, в то время уникальной, была тесная связь между Академией наук и Гёттингенским университетом, предвосхищавшая романтический идеал единства преподавания и исследований.

Положение Гаусса было прочным благодаря той официальной поддержке, которой пользовалась астрономия. Его обсерватория финансировалась, и Гаусс получал нужные инструменты и всю помощь, на какие разумно было рассчитывать. Самым неприятным для Гаусса было то, что, относясь враждебно к Франции Наполеона, он служил их сателлиту – королевству Вестфалии, хотя и демонстрирующему ему добрые намерения и почести. Например, Гаусс был посвящен в рыцарское звание и в течение нескольких лет мог именоваться “Рыцарем фон Гаусс” (нем. *Ritter von Gauss*). [3]

Карл Гаусс принимал этот мир таким, какой он есть, и никогда не проявлял склонности к недовольству или радикальным социальным идеям. Он не разделял большей части либеральных политических убеждений, особенно если они касались его лично и могли потребовать от него каких-то решительных действий. [4]

В 1810 году Гаусс был награждён Премией имени Лаланда (фр. *Prix Prix Lalande*) Французской академии наук за научный вклад в развитие астрономии. Так как Гаусс отказался принять какие-либо деньги от Франции, его премия выразилась в ценном подарке – астрономических часах, отправленных ему Софи Жермен по предложению Д'Аламбера, учёного секретаря Академии наук Франции. Этими часами Гаусс пользовался до конца жизни.

Софи Жермен (фр. *Marie-Sophie Germain*; 1776 – 1831) – французский математик, философ и механик, училась самостоятельно в библиотеке отца-ювелира, увлекаясь математикой; переписывалась с Д'Аламбером, Лагранжем, Фурье и другими математиками, обычно маскируясь мужским псевдонимом. Лагранж и Лежандр заинтересовались талантливой ученицей, стали направлять и поощрять её обучение.

С 1804 года Софи, под впечатлением «Арифметических исследований» Гаусса, вступила с ним в переписку как «месье Ле Блан». В 1806 году, в ходе прусской кампании, когда наполеоновская армия оккупировала Брауншвейг, Софи написала письмо знакомому генералу Жозефу-Мари Пернети (фр. *Joseph-Marie de Pernety*), умоляя позаботиться, чтобы Гаусса не постигла участь Архимеда. Генерал передал Гауссу, что у него есть покровительница, и вскоре её псевдоним был раскрыт. Гаусс был глубоко тронут.

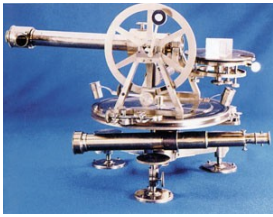


Софи Жермен внесла весомый вклад в дифференциальную геометрию, теорию чисел и механику. В её честь названы: кратер Germain на Венере, улица в XIV округе Парижа и лицей в IV округе Парижа.

Важнее наград для Гаусса было выполнение правительством Вестфалии обещания истратить 200000 франков в предстоящие с 1810 года пять лет на строительство для него новой обсерватории.

В начале 1808/09 учебного года в Гёттингген приехал заниматься с Гауссом доктор Шумахер (нем. *Schumacher*) из Гамбурга, которого заинтересовала астрономия. В следующем, 1810 году, в Гёттинггене появилось много способных студентов, в том числе будущий физик Кристиан Герлинг (нем. *Christian Gerling*; 1788 – 1864), ставший, как и Шумахер, постоянным корреспондентом Гаусса, и Август Мёбиус (нем. *August Möbius*; 1790 – 1868), в будущем известный математик и астрономом.

Несмотря на беспокойные времена, Гаусс мог приобретать необходимые инструменты. Первые из них были куплены в 1812 году у Иоганна Репсольда (нем. *Johann Repsold*; 1770 – 1830) – основателя в Гамбурге одной из лучших фирм, производящих астрономические инструменты, откуда они



поступали по 1821 год. В 1814 году в обсерватории появился гелиометр ← немецкого физика Йозефа Фраунгофера (нем. *Joseph Fraunhofer*; 1787 – 1826), а в 1815 – часть оборудования обсерватории из местечка Лилиенталь

(нем. *Lilienthal*) близ Бремена.

Строительство новой обсерватории было завершено в 1815 году после ликвидации королевства Вестфалии русскими войсками и реставрации статуса Гёттингена в составе королевства Ганновер.

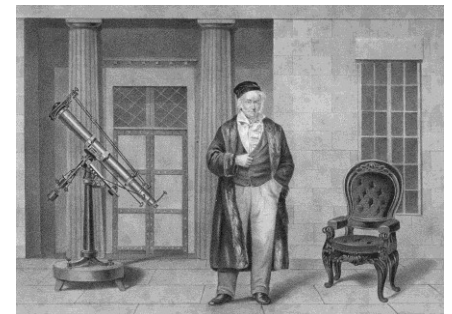


Резиденция Гаусса находилась в западном, а его помощника Карла Хардинга – в восточном крыле новой обсерватории. [Гаусс на террасе астрономической обсерватории](#) ➡

Фото с литографии Эдуарда Ритмюллера (нем. *Eduard Ritmuller*; после 1814)

Это десятилетие было весьма продуктивным в жизни Гаусса.

Его работы тогда охватывали широкий круг тем и отразились примерно в двух десятках публикаций. Некоторые из них связаны с



проблемами математической физики, в то время как другие охватывают теоретическую астрономию, а также проблемы наблюдения, в частности, астероидов и комет. Несколько статей опубликованы по результатам работы с приобретаемыми астрономическими инструментами и изучения погрешностей их оптических систем.

Геодезия, картография и геометрия. В 1818...1832 годах большое место в жизни Гаусса занимал проект геодезического исследования королевства Ганновер, продолжавшийся около двадцати лет.


Методика геодезических съемок была следующей. Начиная с некоторой основной линии очень точно определенной длины, территория, подлежащая измерению, должна была быть размечена сетью треугольников, стороны которых короче пределов видимости. Фактически работа геодезистов состояла в формировании такой сети и точном определении ее углов. При этом, каждая тригонометрическая вершина должна быть видна, как

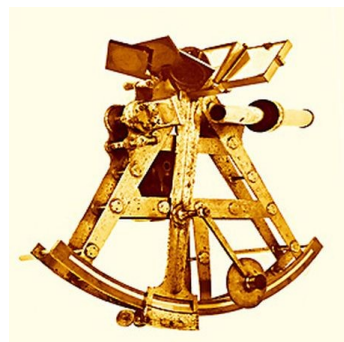
минимум, с двух направлений, и кроме основных, маленьких, треугольников разметки должны формироваться и большие – контрольные. На эту работу и вычисления уходило много времени, так как никакой вычислительной техники тогда не было.

Часть территории была измерена во времена Наполеона, и соответствующая сеть была ”привязана” к триангуляционной сети Нидерландов. Но эта работа не была закончена, ее результаты не были достаточно точны, и положение многих точек сети было забыто.

После 1815 года основные государства центральной Европы предприняли геодезические съемки. Что касается Ганновера (и Гаусса), то инициатива здесь исходила от Шумахера, организатора аналогичных съемок в Дании. В 1818 году Шумахер поинтересовался, не захочет ли Гаусс участвовать в продолжении на юг датской сети. Гаусс согласился, составил меморандум для правительства, включавший описание проекта, необходимый штат работников, смету расходов, и был назначен директором проекта. В помощники Гауссу было придано несколько солдат.

Первоначальный план предполагал соединение датской сети с уже имевшимися результатами, но он вскоре был оставлен ради совершенно независимого исследования Ганновера. Трудности были обусловлены спецификой топографии этого региона, особенно его западной и прибрежной частей, плоских и покрытых лесами. Там было мало необходимых просек, и устанавливать триангуляционные столбы было трудно, а в некоторых направлениях – невозможно.

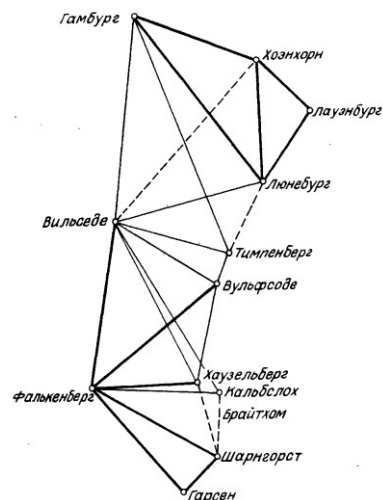
Гаусс был не просто номинальным директором проекта, он лично руководил измерением дуги меридиана от Гёттингена до Альтоны. Измерения производились с помощью сконструированного Гауссом прибора Вицегелиотропа  (нем. *Vizeheliotrop*) с отражавшими солнечный свет передвижными зеркалами, которые позволяли просматривать гораздо большие расстояния, работая при небе, затянутом облаками.



В летние месяцы едва ли хоть одну ночь Гаусс провел в своей постели и часто проводил лишь по нескольку суток в одном месте, торопясь от деревни к деревне, перенося все неудобства сельской жизни и летнюю жару. Иногда он торговался с крестьянами о том, во что обойдется срубить деревья, загораживающие просмотр от одной триангуляционной точки до другой. Вечера отнимала переписка с Шумахером с вычислениями и разъяснениями, по каким адресам посылать письма.

30 августа 1822 Гаусс написал Шумахеру:

«Я здесь со дня на день надеялся на Ваш приезд и все еще надеюсь на него, потому что еще 8 дней не смогу двинуться отсюда, так как здесь еще надо установить направления на Вульфсode и Кальбсloch. Последнее необходимо потому, что крайне сомнительно, удастся ли прорезать линию между Хаузельбергом и Шарнгорстом, так как сама местность Хасселя может оказаться слишком высокой. Гораздо вероятнее, что дело удастся с Кальбсlochом, но я не хотел бы менять Хаузельберг на Кальбсloch, так как из него не видно Вульфсode».



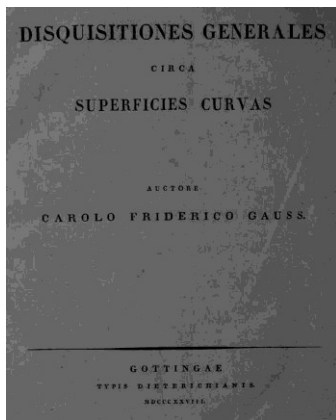
По итогам геодезических исследований были опубликованы две теоретические работы: «Определение разности широт между обсерваториями Гёттингена и Альтоны...» и «Исследования по высшей геодезии», ↓ части I и II (1843 и 1846), оказавшие огромное влияние на развитие теоретической и экспериментальной геодезии. Метод наименьших квадратов был для Гаусса главным средством обработки и геодезических наблюдений. Теоретический плод его усилий – теория конформных отображений – составил тему труда, награжденного Копенгагенской премией (1823).



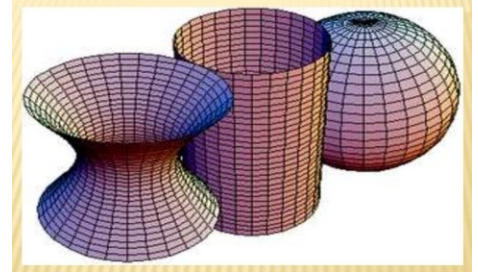
С геодезической деятельностью Гаусса прямо связано развитие теории



конформных отображений. Под влиянием этих работ получил новый импульс интерес Гаусса к неевклидовой геометрии. Две его важнейшие статьи называются «Решение в общем виде задачи изображения частей заданной поверхности на другой заданной поверхности с сохранением подобия в бесконечно малых частях» (нем. *Allgemeine Auflösung der Aufgabe die Theile einer gegebenen Fläche so abzubilden, dass die Abbildung dem Abgebildeten in den kleinsten Theilen ähnlich wird*, 1822) и «Исследования об изогнутых поверхностях» ↓ (1827) – основная работа Гаусса по дифференциальной геометрии.



Вклад Гаусса в дифференциальную геометрию состоит в идентификации и исследовании инвариантов, присущих геометрическим объектам, главный из которых – *кривизна*. «Полная кривизна “геодезического треугольника” равна тому, на сколько сумма его углов превосходит 180» – это утверждение известно теперь как теорема



Гаусса-Бонне. Работа на Копенгагенскую премию заканчивается рассмотрением трех примеров конформных отображений: плоскостей в плоскости, сферы на плоскость и эллипсоида вращения на плоскость.

Геодезическая деятельность раздвинула репутацию Гаусса за пределы узкого круга профессиональных астрономов и математиков. Так же, как астрономы считают Гаусса одним из своих, геодезисты считают Гаусса одним из великих геодезистов, человеком, установившим новые стандарты эффективности в наблюдениях и точности в теории. Изобретательность и неустанность Гаусса в преодолении крупных препятствий исследованиям вызывали восхищение.

Гаусс всегда интересовался физикой, но большая часть его исследований, кроме непосредственно связанных с его астрономической и геодезической работами, были чисто теоретическими, в том числе и две из важнейших работ о проблеме вариационного исчисления в механике, опубликованные в 1829 году. [5]

В статье «Об одном новом общем принципе механики» (нем. *Liber ein neues allgemeines Grundgesetz der Mechanik*) Гаусс вывел экстремальный принцип механики – **Принцип наименьшего принуждения**: *В каждый момент времени истинное движение системы, находящейся под действием активных сил и подчиненной идеальным связям, отличается от всех кинематически возможных движений, совершающихся из той же начальной конфигурации и с теми же начальными скоростями, тем свойством, что для истинного движения мера отклонения от свободного движения, то есть принуждение, есть минимум*. Этот принцип дал Гауссу возможность единого подхода к статическим и динамическим проблемам механики. Мерой принуждения системы в данный момент времени является сумма произведений квадратов перемещений всех точек на их массы. Статья представляет значительный интерес для теоретической механики и заканчивается рассуждением об аналогии между его принципом и методом наименьших квадратов. Одним из первых высоко оценил значение

принципа наименьшего принуждения Гаусса выдающийся математик и механик М.В. Остроградский (1801 – 1862), который придавал особенно большое значение подходу Гаусса к пониманию связей.

Тема второй статьи – «Общие принципы теории формы жидкости, находящейся в состоянии равновесия» (нем. *Principia generalia theoriae figurae fluidorum in statu aequilibrii*) – изучение молекулярных сил, действующих на малых расстояниях и вызывающих капиллярные явления. Здесь Гаусс отмечает, что принципы Лапласа опираются на два фундаментальных предположения, а именно на некоторое дифференциальное уравнение, описывающее равновесие жидкости, и на то, что в состоянии равновесия поверхность жидкости соприкасается со стенкой сосуда под определенным углом. Гаусс вывел результаты Лапласа строго и совершенно иным путем, применив **принцип наименьшего принуждения** к виртуальным перемещениям.

Дела семейные. В 1822...1825 годах продолжались уговоры Гаусса переехать в Берлин. Вторая жена Гаусса, Минна, и ее родня всегда тянулись в Берлин, подталкивая Гаусса к переезду. Пруссия тогда была самым передовыми из германских государств, и представлялось естественным, чтобы ведущий немецкий математик и ученый обосновался в Берлине. Движущими силами с прусской стороны были Александр Гумбольдт и его брат Вильгельм (1767 – 1835), просвещенный политик и придворный.

После того как предложение Берлина с окончательными условиями было сделано, Гаусс информировал об этом Ганноверское правительство, чтобы понять, готово ли оно на равноценное предложение. Ганновер увеличил жалованье Гаусса до суммы, предложенной Берлином, заверив о дальнейшей заботе об его обсерватории, что и решило дело. Гаусс остался в Гёттингене.

Дела семейные. В начале супружеской жизни Минна, вторая жена Гаусса, была независимой: она была хорошо образована, превосходила своего мужа по общественному положению и была для него надеждой вернуть домашнее счастье. После рождения трех детей Минна, стала терять здоровье и активный образ жизни. Она все больше переходила на постельный режим из-за заболевания лёгких. Эта надежда так и не осуществилась из-за продолжительной болезни Минны и проблем с детьми.

Старший сын Гаусса, Иосиф, участвовал в Ганноверских исследованиях как помощник отца и некоторое время возглавлял его геодезическую экспедицию. Потом он служил в армии, но его надежды не оправдались: даже неоднократные усилия отца не обеспечили ему хотя бы запоздалого повышения по службе. Поэтому Иосиф с отцом встречался редко.

Отношения с другими сыновьями Гаусса тоже не были безоблачными: Юджин и Вильгельм после затяжных конфликтов с отцом уехали в Северную Америку. Разрыв и разлука с ними были болезненны, особенно с Юджином, старшим из них, которого отец заставлял учиться юриспруденции, не привлекавшей юношу. Конфликт возник, когда Юджин, будучи студентом в Гёттингене, наделал долгов в азартных играх. В 1830 году он отчаялся и уехал из Гёттингена в неизвестном направлении. Последняя встреча отца с сыном произошла в Бремене. Эмиграция показалась им лучшим выходом из положения, и Юджин отплыл в Филадельфию. Конфликт с ним усугубил болезнь Минны. Ей стало хуже, и 12 сентября 1831 года она умерла.

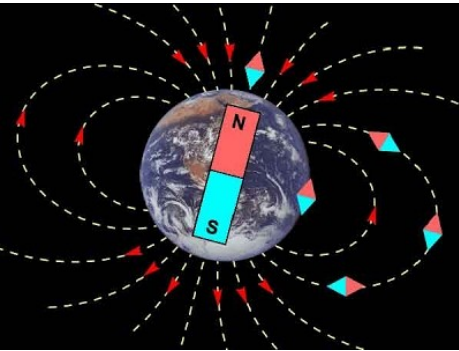
Гаусс не мог и не хотел понять проблемы своих детей. Он испытывал разочарование от того, что младшие сыновья не находили возможным для себя оправдать надежды отца. Возвращаясь из Бремена домой, Гаусс захотел повидаться со своим старшим сыном Иосифом, служившим тогда поблизости в Ганноверской армии. Прикованная к постели Минна умоляла мужа навестить вблизи и младшего сына Вильгельма. Вильгельм тянулся к сельскому хозяйству, что не вызывало восторга у родителей, и работал в то время в одном из крупных ганноверских имений. Хотя работа Вильгельму нравилась, ему было несладко ни в одном из мест, где он нанимался, трудно с ним было и хозяевам. Надежды добиться независимости и приобрести хорошую ферму у Вильгельма не было. Он решился попытать счастья в новом мире и эмигрировал в 1832 году.

Отъезд Юджина был бурным и оставил горький осадок с обеих сторон, хотя открытого конфликта не произошло. Для обоих эмиграция означала разлуку навсегда. Отец никогда больше не увидел младших сыновей.

В сентябре 1828 года Гаусс посетил Берлин, где на съезде немецких ученых и врачей встретился с Александром фон Гумбольдтом и Вильгельмом Вебером (нем. *Wilhelm Weber*; 1804 – 1891). Самым важным итогом этой встречи стало их личное знакомство, Вебер тогда был приват-доцентом Галле-Виттенбергского университета, а в 1831 году стал профессором физики на одном с Гауссом факультете Гёттингенского университета.



Исследования земного магнетизма. В 1832 году Гаусс начал свои исследования магнитного поля Земли, которое тогда находилось в центре внимания мировой науки. Интерес к этому проявил геолог Сарториус (нем. *Sartorius von Waltershausen*; 1809 – 1876), ставший другом и первым биографом Гаусса. А. Гумбольдт решил привлечь их к проекту создания сети магнитометрических наблюдательных пунктов по всему земному шару. Он ясно видел необходимость стандартизации измерительных средств, их точности и надежности. Можно было надеяться, что по результатам магнитных наблюдений удастся пролить свет на происхождение земного магнетизма и получить основу для построения удовлетворительной теории. Карл Гаусс, заинтересованный в создании эффективной теории, согласился.

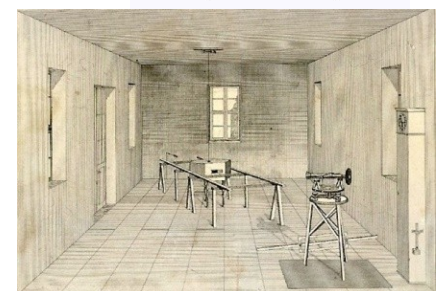
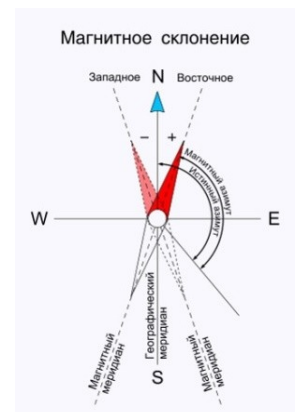


Результаты исследований Эрстеда, Био и Савара, Ампера [6] и Фарадея заложили основы теории электромагнетизма, но тогда она заметно отставала в объяснении открываемых явлений. В 1832 году Гаусс предложил так называемую абсолютную систему единиц, приняв за основные единицы времени 1 с, длины 1 мм и массы 1 мг. В 1874 году

Джеймс Максвелл (англ. *James Maxwell*; 1831 – 1879) и Уильям Томсон (англ. *William Thomson*; 1824 – 1907) усовершенствовали эту систему, добавив в нее электромагнитные единицы измерения и увеличив основные единицы длины и массы до 1 см и 1 г соответственно. Она стала называться системой СГС (англ. *centimetre-gram-second*; CGS) или Гауссовой и до сих пор используется в теоретической физике из-за более простого вида в ней законов электромагнетизма.

Практическая работа стала главным результатом сотрудничества Гаусса с Вебером в эмоционально трудный для него период жизни. Сначала это были измерения магнитного склонения в Гёттингене и его изменений во времени. Цель измерений – составить карту магнитного поля Земли, собрав информацию о локальных, глобальных и временных его изменениях.

А. Гумбольдт предложил установить календарь наблюдений, определявший даты систематических измерений магнитного склонения как можно большим числом станций. Гаусс согласился с этим, но вскоре взял инициативу в свои руки и существенно изменил план Гумбольдта. Увидев его магнитную обсерваторию в Берлине, Гаусс стал настаивать на создании аналогичной в Гёттингене и спроектировал её. В 1833 году она была построена поблизости от астрономической обсерватории. Все железные детали в ней были выполнены из меди, включая гвозди, а



все окна и двери закрывались очень плотно во избежание сквозняков. Из такого здания Гаусс мог оперативно передавать результаты измерений с помощью собственного телеграфа..!

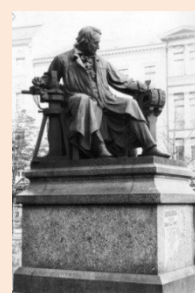
Из письма Гаусса А. Гумбольдту (1833): «... Что те незначительные эксперименты, которые я имел удовольствие проводить пять лет назад, когда я был у вас, побудили меня заняться магнетизмом, я не могу сказать с определенностью, так как на самом деле мой интерес к нему так же стар, как и мои занятия точными науками вообще, то есть ему больше сорока лет; только, у меня есть тот недостаток, что мне нравится со всем усердием взяться за какое-либо дело, только если в моем распоряжении есть средства проникнуть глубоко, а раньше это было не так. Дружеские отношения, в которых я состою с нашим замечательным Вебером, та необычайная любезность, с которой он предоставил все средства физического кабинета в мое распоряжение и поддерживает меня со всем богатством своих практических идей, сделали возможными мои первые шаги, а первый импульс к этому исходил от Вас, благодаря письму к Веберу (в конце 1831 года), в котором вы упомянули станции, устроенные под Вашим руководством для наблюдения ежедневных изменений».

Во второй части этого письма к Гумбольдту Гаусс сообщил ему об электромагнитном телеграфе (см. Приложение 2). Они с Вебером экспериментировали с питанием телеграфа двух видов: от гальванической батареи (Вольтова столба [7]) или от индуктора импульсов. Действующий телеграф Гаусса-Вебера соединял астрономическую обсерваторию Гаусса с лабораторией Вебера и имел дальность действия около 1,5 км. В 1845 году удар молнии уничтожил эту телеграфную линию Гёттингена. Гаусс, который тем временем завершал организацию всемирной сети станций наблюдения за измерениями магнитного поля Земли, не стал её восстанавливать, так как увлёкся другой тематикой.



Телеграф Гаусса-Вебера в Физическом музее

«Гаусс – создатель телеграфа» – памятник, работа немецкого скульптора Герхарда Яненша (нем. *Gerhard Janensch*; 1860 – 1933), бронза (на заднем плане памятника представлены компоненты, составляющие телеграф Гаусса; установлен в 1898 году на Потсдамском мосту в Берлине; в 1944 году бомбардировкой был повреждён и отправлен на переплавку.



Гипсовая копия памятника в Бранденбургском музее ➔

После создания сети наблюдательных пунктов был образован Магнитный союз. Гаусс и Вебер стали издавать ежегодник «Результаты наблюдений Магнитного союза», публикующий результаты их работы. Всего с 1836 года вышло шесть выпусков ежегодника. На основе этих данных Гаусс и Вебер в 1840 году опубликовали атлас земного магнетизма.

Тогда же была опубликована работа Гаусса «Общие теоремы относительно сил притяжения и отталкивания, действующих обратно пропорционально квадрату расстояния», в которой изложены основные положения теории потен-



циала применительно к природным явлениям. Гаусс владел различными основными интегральными теоремами в действительной области, а также геометрическим представлением комплексной плоскости. До Гаусса было отнюдь не ясно, что закон Кулона [8] столь фундаментален и управляет всеми видами различных потенциалов. Начиная с Гаусса, метод потенциалов начал применяться для задач электростатики и магнетизма, в качестве потенциалов стали рассматриваться “массы” (заряды, намагниченность) произвольного знака. [5]

Теорема Остроградского-Гаусса

Поток Φ_E вектора напряженности электрического поля E через любую замкнутую поверхность S в вакууме равен алгебраической сумме всех зарядов q , расположенных внутри поверхности, деленной на проницаемость ϵ_0 .

$$\Phi_E = \oint_S E \, dS = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

Теорема Гаусса

Поток вектора Φ_B магнитной индукции B через любую замкнутую поверхность равен нулю.

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} \, d\vec{S} = 0$$

Тем временем Европа переживала последствия Французской революции 1830 года, во время которой король Карл X был смещен и заменен его кузеном Луи-Филиппом I. Образовалось независимое королевство Бельгия, бывшей раньше частью Нидерландов. В Польше, Гёттингене и в других германских городах, возникли волнения. Сначала они не касались Гаусса, но протесты в Гёттингене и в других частях королевства были услышаны в Ганновере, и правительство издало новую конституцию, гораздо более либеральную и демократичную, чем прежняя.

В 1837 году умер Вильям IV, не оставив законного наследника, и на трон Англии взошла королева Виктория. В результате, так как престолонаследие не допускало женщин к управлению в Ганновере, союз между Англией и Ганновером распался. Новым королем Ганновера стал Эрнест Август, герцог Камберлендский, что вызвало кризис 1837...1838 годов и привело к важным переменам в жизни Гаусса.


Эрнест Август отменил новую конституцию и присягу, принесенную ей гражданами, в том числе профессорами Гёттингенского университета. По всей Германии прокатилась волна протеста, и университет быстро превратился в один из его центров. Семь профессоров, в том числе братья Вильгельм и Якоб Гримм, Вильгельм Вебер и востоковед Генрих Эвальд, (нем. *Heinrich Ewald*), женатый на дочери Гаусса Минне ➔, подписали протест, объявив в нём, что король не может отменить присягу, принесенную ими конституции 1831 года.





В результате все семеро потеряли свои посты, а зачинщики, в том числе не относящиеся к ним Эвальд и Вебер, на следующий день были вынуждены покинуть страну. Вебер вернулся в Лейпциг, а Эвальд, после двух лет работы в Лондоне, принял приглашение в Тюбинген, южная Германия.

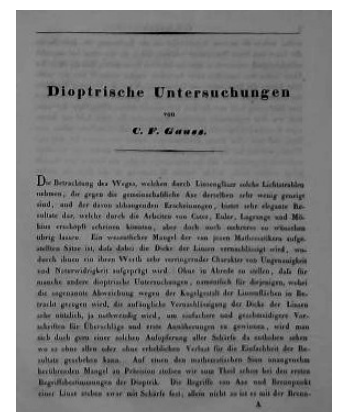
Период продуктивности и плодотворного сотрудничества с Вильгельмом Вебером оборвался в конце 1837 года. Гаусс и Вебер продолжали сотрудничать как редакторы своего журнала по геомагнетизму, но отсутствие личных контактов прекратило подлинный обмен идеями. В 1849 году, после очередного политического переворота, Вебер вернулся в Геттинген; но к этому времени Гаусс уже не вел активных исследований.

Диоптрические исследования Гаусса относились к развитию теории оптических систем телескопов, выбору формы и устройств оптических линз, а также к анализу их дефектов. Фактически каждый астроном-наблюдатель того времени сталкивался с проблемами, возникавшими из-за неудовлетворительного качества тогдашнего оптического стекла и технологических ограничений на возможности его разрезания и шлифовки с требуемой точностью. Все эти факторы менялись на протяжении жизни Гаусса, и он много сделал для прогресса в этой области.

Гаусс активно занялся диоптрикой в 1807 году, когда Иоганн Репсольд, прославленный мастер оптических инструментов из Гамбурга, спросил его о линзах для ахроматического объектива. Гаусс занялся этим вопросом и предложил для телескопа объектив,  состоящий из двух менисков – «силового» положительного и отрицательного корректирующего. Контакты с отцом и сыновьями Репсольдами продолжались много лет, но Гаусс вскоре начал независимое исследование линз, минимизирующих хроматическую aberrацию. Он обсуждал эти проблемы с Генрихом Ольберсом, Фридрихом Бесселем, а также с мастерами астрономических инструментов, в том числе с Йозефом Фраунгофером, Йозефом фон Утцшнайдером (нем. *Jozeph von Utzschneider*; 1763 – 1840) и Карлом фон Штайнхайлем (нем. *Carl von Steinheil*, 1801–1870), которые работали в разных мастерских Мюнхена.

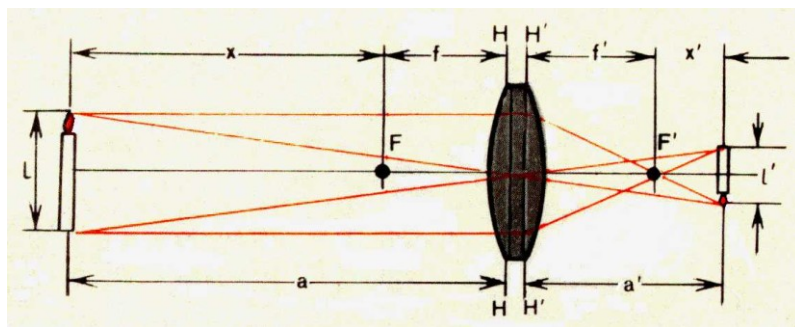
Самая важная статья Гаусса по оптике «Диоптрические исследования»  опубликована в 1840 году. В ней детально исследуется путь луча света через систему линз, толщиной которых нельзя пренебречь. Основным результатом Гаусса – это сведение такой сложной системы к одной, бесконечно тонкой линзе.

Расстояния **a** и **a'** связаны между собой и фокусным расстоянием **f'** объектива формулой Гаусса $1/a + 1/a' = 1/f'$, описывающей основы геометрической оптики, объясняющие принципы построения изображения идеальным объективом. 





Оптическая схема объектива Гаусса для фотоаппаратов в XX веке



В ходе XIX столетия Германия выдвинулась как ведущий мировой поставщик точных оптических инструментов, опередив в этом качестве Англию. Так, в первой половине века возникли немецкие мастерские Фраунгофера, Утцшнайдера и Штайнхайля, а несколькими десятилетиями позже в Йене – мастерская Карла Цейса (нем. *Carl Zeiss*; 1816 – 1888), ставшая самой знаменитой из оптических мастерских.

Последние годы жизни. В начале 1838 года из Гёттингена уехал Вебер. Несколько раньше Вебера Гёттинген покинули Минна Эвальд и ее муж. Из ближайших членов семьи Гаусса в Гёттингене тогда жила только дочь [↩](#) Тереза, которая не была замужем. В 1838 году она начала управлять хозяйством отца. Между ними царилась связывавшая их высокая взаимная оценка, благодарность со стороны отца и восхищение со стороны дочери.



На смену дружбе и научному сотрудничеству Гауссу стали приходиться медали и другие почести. [9] Выдающиеся математики Якоби, Дирихле и Эйзенштейн двух поколений после Гаусса, выражали ему почтение, но контактов с ними не установилось.

В 1838 году Королевское научное общество в Лондоне присудило Гауссу медаль Копли. [↩](#)

Тогда же Гаусс с радостью узнал от Генриха Ольберса о рождении в Сент-Чарльзе, штат Миссури, своего первого американского внука, которого назвали Чарльз Фредерик. Радость оказалась недолгой.



В 1839 году скончалась мать Гаусса, а в 1840 году за ней последовала ее внучка Минна. Эта потеря была очень болезненной. Минну отец любил больше всех своих детей, так как она была очень похожа на мать. Тогда же умер Генрих Ольберс. Остатком любви от первого брака Гаусса стал сын Иосиф. Их отношения улучшились после женитьбы 18 марта 1840 года Иосифа на Софи Эритропель (нем. *Sophie Erythropel*), дочери врача. Гаусс одобрил выбор сына и полюбил невестку. Они часто посещали Гаусса и Терезу.

Несмотря на все напасти, выполняемые Гауссом обязанности астронома-наблюдателя за кометами



и другие работы отвлекали его от грустных мыслей. Так, в 1840 году, выполняя поручение Николая I нарисовать портрет Гаусса для Пулковской обсерватории, в Гёттинген приехал датский художник Кристиан Йенсен (дат. *Christian Jensen*).



У Йенсена получился самый известный и часто копируемый портрет Гаусса ↗. Копию одного из них Гаусс подарил Сарториусу. Другую копию Тереза доставила брату Иосифу в город Штаде (нем. *Stade*), где они с семьёй тогда проживали.

В 1842 году Вильгельм IV учредил гражданский дивизион ордена «Pour le Merite» ↓, вручаемый за заслуги в технических, гуманитарных науках, искусстве, литературе и изобразительном искусстве. Александр фон Гумбольдт и Карл Гаусс были в числе первых кавалеров такого ордена.



В 1843 году Гаусс опубликовал элементы орбиты кометы Фая ↖.

Самая оригинальная работа Гаусса в эти годы посвящена расчету пенсий профессорских вдов Гёттингенского университета. Гаусса попросили сделать эту работу, так как постепенное увеличение числа вдов стало угрожать, по мнению фирмы-страхователя, сохранению существующего размера их пенсий. Гаусс проделал длительные вычисления, используя справочники и все фактические данные, какие смог собрать. Он пришёл к выводу и доказал страхователю, что система работает хорошо, с запасом прочности при существующим тогда числе вдов на 10...20 лет, и действующие пенсии можно даже увеличить.

На закате дней Гаусс любил преподавать больше, чем ранее. Вот как об этом вспоминал его студент ↗ Ричард Дедекінд (нем. *Julius Wilhelm Richard Dedekind*; 1831 – 1916):

«... обычно он сидел в удобной позе, смотря вниз, слегка ссутулившись, с руками, сложенными на груди. Он говорил совершенно свободно, очень ясно, просто и прямо; но когда он хотел подчеркнуть новую точку зрения, когда он употреблял особенно характерное слово, он внезапно поднимал голову, поворачивался к одному из сидевших прямо перед ним и пристально смотрел на него своими прекрасными пронзительными голубыми глазами, пока произносил то, что выделял интонацией... Если он переходил от объяснения принципов к выводу математических формул, то вставал и, стоя величественно и очень прямо, писал на черной доске, стоявшей рядом с ним, своим прекрасным почерком; благодаря экономии места и хорошему расположению материала ему всегда удавалось обойтись довольно небольшой площадью. Для численных примеров, выполнению которых он придавал особое значение, он приносил с собой необходимые данные, записанные на маленьких листочках бумаги...», ставший знаменитым математиком работами по теории чисел и алгебре.



Гаусс был одним из первых математиков в Западной Европе, кто понял и оценил исследования по неевклидовой геометрии Николая Ивановича Лобачевского (1792 – 1856), ректора Казанского университета, избранного членом-корреспондентом Гёттингенского научного общества по рекомендации Гаусса. Именно в связи с работами Лобачевского Гаусс в начале 1840-х годов начал учить рус-

ский язык, причём не ограничиваясь только математическими текстами. В письме Шумахеру он отмечал крайнюю скудность выбора русской литературы в местной библиотеке.

В 1809 году Вильгельм фон Гумбольдт стал министром образования Пруссии и совершил революцию в её образовательной системе. Изучение математики впервые получило большое значение в новых гимназиях и университетах, студентов воодушевляли изучать математику как таковую, а не только в качестве вспомогательной дисциплины на службе у других наук. Одним из тех, кому удалось воспользоваться этим изменением, был Бернхард Риман (нем. *Georg Friedrich Bernhard Riemann*; 1826 – 1866). ↘ Наклонности к математике проявлялись у Бернхарда ещё в детстве, но, уступая желанию отца, бедного пастора, в 1846 году он поступил в Гёттингенский университет для изучения филологии и богословия. Однако здесь, посещая лекции К.Ф. Гаусса, он принял окончательное решение стать математиком. Молодой студент убедил своего отца разрешить ему заменить изучение теологии на математику. Риман в течение двух лет учился в Берлинском университете, поскольку в Гёттингенском, по его мнению, было мало интеллектуальных преподавателей, помимо Гаусса. В Берлине он завязал общение с Дирихле, который предложил студенту первые задачи с простыми числами.



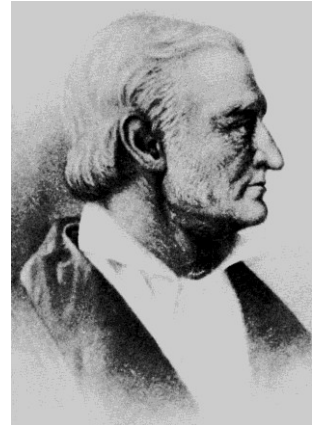
Во время пребывания в Берлине Бернхарду удалось изучить записи Гаусса с гипотезами о простых числах. Риман вернулся в Гёттинген в 1849 году для завершения диссертации, консультируясь с Гауссом. Здесь он познакомился с Вильгельмом Вебером, который стал его учителем и близким другом, а годом позже подружился с Ричардом Дедекиндом.

В 1849 году Гёттингенский университет отметил золотой юбилей – пятидесятилетие докторской диссертации Гаусса, ставшей началом его выдающейся, исключительно академической карьеры. Главным событием была церемония, на которой Гаусс представил новый вариант своей докторской диссертации, иначе доказав в ней основную теорему алгебры. Математика ещё была для него “*игрой ума*”, как он любил её называть. Праздником для Гаусса стало и рождение в том же году у Иосифа сына Карла Августа, своего единственного внука, которого Гаусс когда-либо видел.

Наблюдая за собой в 1850-х годах, Гаусс стал отмечать ухудшение памяти и способности сосредотачиваться. Он всё больше времени проводил за чтением Шекспира и Вальтера Скотта, а при встречах с семьёй старшего сына Иосифа охотно занимался астрономией с внуком Карлом. Среди любимых немецких романистов Гаусса был Жан Поль (нем. *Johann Paul Richter*; 1763 – 1825).

В 1851 году Риман защитил диссертацию «Основания теории функций комплексной переменной», где впервые было введено понятие, позже получившее известность как риманова поверхность. Он стал претендовать на профессорскую должность в Гёттингенском университете.

Профессорская вакансия в Гёттингенском университете открылась в 1854 году. Претенденты на замещение этой должности, по уставному требованию, были обязаны доказать право на это прочтением пробной лекции (лат. *venia legendi*) перед профессурой Гёттингенского университета. Риман прочёл доклад «О гипотезах, лежащих в основании геометрии» (нем. *Über die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen*), ставший презентацией его неевклидовой геометрии. Из предложенных Георгом Риманом трёх тем председательствующий на этом совещании Гаусс [3] выбрал именно эту, как особенно его заинтересовавшую. Над созданием неевклидовой геометрии Гаусс начал размышлять ещё в 1818 году, но от публикации полученных результатов воздерживался, опасаясь, по его собственному признанию, “*беотийцев кричащих*” (нем. *das Jeschrei der Böotier*, т.е. насмешек невежд). Вебер сообщил о сильном возбуждении, с каким Гаусс шел домой в восторге от этого доклада и переживая, что “*беотийцы кричащие*” от профессуры, не одобрили доклад Римана, хотя Гаусс увидел в нём продолжателя своих идей.




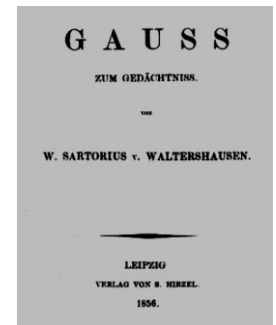
Карл Гаусс, почти всю жизнь отличавшийся богатырским здоровьем, умер рано утром 23 февраля 1855 года во сне от развившейся в последний год сердечной недостаточности. Он похоронен 26 февраля 1855 года на кладбище Сент-Олбанс в Гёттингене.

На похоронах присутствовали высшие чины правительства и университета. Большинство ученых, присутствовавших на похоронах, не были математиками. В числе несших покров были Вебер, Сарториус и Дедекинд, тогда 24-летний студент, для которого память о Гауссе стала источником вдохновения на всю жизнь. Траурную речь произнёс Генрих Эвальд, назвавший гений Гаусса *уникальным и несравненным*.



«*Рассказывают, что Архимед завещал построить над своей могилой памятник в виде шара и цилиндра в память о том, что он нашел отношение объемов цилиндра и вписанного в него шара – 3:2. Подобно Архимеду, Гаусс выразил желание, чтобы в памятнике на его могиле был увековечен семнадцатиугольник. Это показывает, какое значение сам Гаусс придавал своему открытию. На могильном камне Гаусса этого рисунка нет, но памятник, воздвигнутый Гауссу в Брауншвейге, стоит на семнадцатиугольном постаменте, правда, едва заметном зрителю*», – сказал Вебер в 1855 году.

В 1856 году была издана 108-страничная брошюра мемуаров Сарториуса «Памяти Гаусса».  «Гаусс был простым и непримотливым человеком с молодости и до конца своих дней. Маленький кабинет, небольшой рабочий стол под зеленым сукном, кресло белого цвета, узкий диван, а в пожилом возрасте – абажур, проветриваемая спальня, простая еда и бархатный гарнитур (халат и шапочка) были всеми его потребностями» – написано в ней.



В 1873 году умер Иосиф, старший сын Гаусса, и наследником семейного архива стал сын Иосифа Карл Август (1849 – 1927). В 1898 году к нему обратился немецкий математический журнал *Athematische Annalen* с предложением публикации рабочего дневника «*Das mathematische Tagebuch C.F. Gauß*» его знаменитого деда. Записи в этом дневнике начинаются в 1796 и заканчиваются в 1814 году, но непрерывно продолжались до 1801 года. Большинство из 146 из них относятся к математическому анализу, алгебре и теории чисел в виде зашифрованных или довольно скудных фрагментов без доказательств и объяснений. Потребовалась кропотливая работа нескольких математиков для подготовки первого издания дневника Гаусса в 1903 году.

Было обнаружено и много новых идей среди неопубликованных работ Гаусса. 150 его публикаций и других работ были перепечатаны в XII томах, опубликованных Научным обществом Гёттингенского университета с 1863 по 1933 год. Математический дневник Гаусса издан отдельной книгой и в X томе его трудов.

Признание. В 1877 году на родине Гаусса у подножия холма в парке Гауссберг города Брауншвейг установлен памятник CARL FRIEDRICH GAUSS, изваянный знаменитым скульптором Ф. Шапером (нем. *Fritz Schaper*; 1841 – 1919), на гранитном постаменте с 17-конечной звездой и надписью:

«Посвящается благодарными потомками к столетию со дня рождения в его родном городе Брауншвейг возвышенному мыслителю, обнародовавшему наиболее скрытые секреты науки о числах и пространстве, которые поняли законы земных и небесных природных явлений, сделав их пригодными для благополучия человечества».

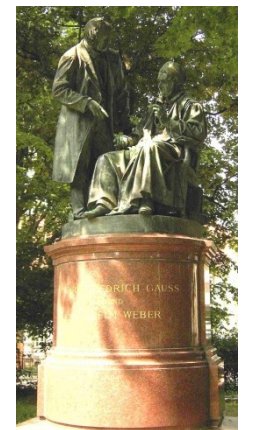


150-летие Гаусса поминалось в доме его рождения в Брауншвейге, который тогда служил музеем. В 1944 году он был разрушен бомбардировкой, но его содержимое уцелело и теперь хранится в муниципальной библиотеке. Именем Гаусса названа улица, мост и школа в Брауншвейге. 23 февраля 1955 года в помещении старой мэрии города была открыта экспозиция «100-летие памяти Гаусса».

В Гёттингене проводятся лекции и траурные церемонии по круглым датам памяти Гаусса. Его именем названа улица, а в университетской библиотеке создан архив писем и рукописей Гаусса. Здесь установлен его мраморный бюст работы Хесеманна (нем. *Christian Heseemann*; 1814 – 1856), считающийся одним из лучших из множества подобных работ, посвящённых Гауссу.



В кампусе Гёттингенского университета в 1899 году открыт памятник Гауссу-Веберу скульптора Фердинанда Хартцера (нем. *F. Hartzler*). Создатели телеграфа представлены здесь на постаменте, стилизованном в виде проводной катушки, выбирающими тип телеграфных проводов и их соединений, обеспечивающих допустимые потери сигнала и необходимую механическую прочность воздушной линии связи.



«Экспедиция Гаусса» (нем. *Gauß-Expedition*) – так именовалась в 1901 году немецкая экспедиция в Антарктику на корабле «Гаусс», возглавляемая профессором Эрихом Дригальским (нем. *Erich von Drygalski*; 1865 – 1949).

Несмотря на то, что корабль «Gauss» более года был зажат льдами на расстоянии около 70 км до береговой линии, до февраля 1903 года экспедиция обнаружила новые территории в Антарктиде. Их назвали «Земля Вильгельма II» и «Вулкан Гауссберг» (нем. *Vulkans Gaußberg*).



Корабль «Гаусс» в Антарктике ↑ (фото с аэростата)

Мемориал «Башня Гаусса» (нем. *Der Turm von Gauss*) – смотровая башня, возведённая на вершине холма Хоер Хаген недалеко от поселения Дрансфельд (нем. *Hoher Hagen, Dransfeld*), в нескольких километрах от Гёттингена, вблизи существовавшей до 1963 года башни Gaussturm большого триангуляционного треугольника (пункты Brocken, Hoher Hagen и Inselsberg).

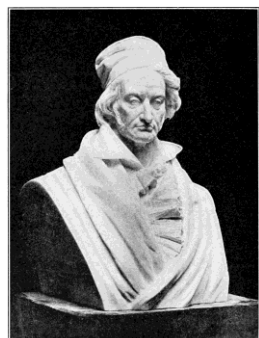


В мемориале есть экспозиция, содержащая реликвии, инструменты и большой мраморный бюст Гаусса работы Густава Эберлейна (нем.



Gustav Eberlein; 1847-1926)

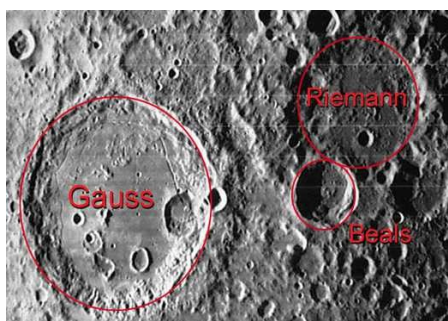
Высота «Башни Гаусса» – 51 метр, её диаметр по высоте – 18-5-13 метров, подъём на смотровую площадку – 225 ступенек по лестничному маршу или 55 секунд на 8-местном лифте. Рядом с башней находится артефакт «Камень Гаусса» (открыт 09.07.1911 у башни Gaussturm).



Продолжениями семейной жизни Гаусса стали, кроме восьми внуков и шести внучек, ещё четыре внука, которые родились после его смерти. Почти все они обосновались в США. Многие из работ Гаусса хранятся в мемориале обсерватории Калифорнийского университета. В 1955 году Ассоциацией математиков Америки была издана книга доктора наук Г.В. Даннингтона (англ. *G. Waldo Dunnington*) «Гаусс –Титан науки». Книга неоднократно дополнялась и переиздавалась, став в результате самой полной биографией Гаусса на английском языке. [3]

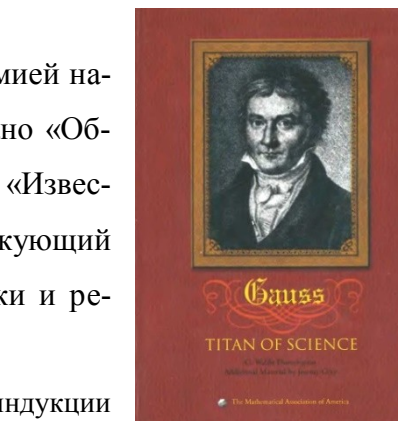
В сентябре 1962 года в сотрудничестве с Университетом и Академией наук города Геттинген, с целью сохранения памяти о К.Ф. Гауссе, создано «Общество Гаусса» (нем. *Gauss-gesellschaft*). С 1964 года выходит журнал «Известия Общества Гаусса» (нем. *Mitteilungen der Gauss-Gesellschaft*), публикующий новые первичные материалы, в частности, не изданные письма, очерки и репродукции изображений Гаусса и его окружения.

В честь Гаусса названы: система СГС и единица измерения магнитной индукции в ней; огромный ударный кратер в северо-восточной части видимой стороны Луны; Gaussia – малая планета № 1001; постоянная Гаусса – одна из фундаментальных астрономических постоянных.



Имя Гаусса носят следующие научные парадигмы: Задача Гаусса, Закон Гаусса, Интеграл вероятности Гаусса, Интерполяционная формула Гаусса, Квадратурная формула Гаусса, Распределение Гаусса–Лапласа, Гауссово кольцо, Гауссово число, Гауссовский процесс, Гауссовы логарифмы, Гауссова кривизна, Лента Гаусса, Методы Гаусса – Жордана и Гаусса – Зейделя решения систем линейных уравнений, Нормальное или Гауссово распределение, Прямая Гаусса, Ряд Гаусса, Теорема Гаусса – Ванцеля, Фильтр Гаусса, Формула Гаусса – Бонне.

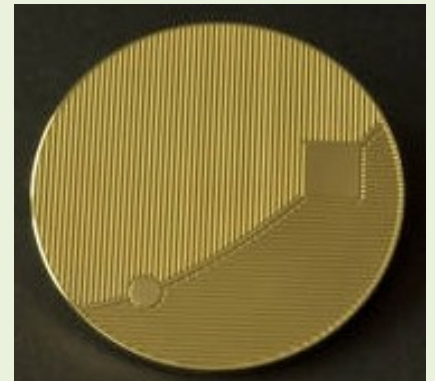
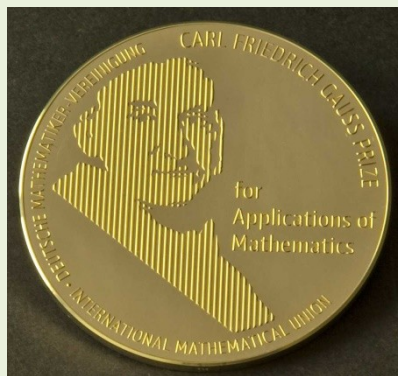
В честь Гаусса выпущены почтовые марки и памятные монеты; в течение нескольких лет банкноту 10 марок украшала композиция с портретом Гаусса.



В день 225-й годовщины со дня рождения Гаусса, на XXIV Международном конгрессе математиков в Пекине, совместно с Международным математическим союзом (англ. *International Mathematical Union*, IMU) и Немецким математическим обществом (нем. *Deutsche Mathematiker Vereinigung*, DMV), была учреждена премия Гаусса (англ. *Carl Friedrich Gauss Prize for Applications of Mathematics*). Заявленная цель премии – поощрение математиков, содействующих прогрессу в нематематических областях, включая технологии, бизнес и повседневную жизнь. Награда вручается каждые четыре года внесшим «... *значительный вклад в математику со значительным применением вне ее*», без ограничений по возрасту. Денежная часть награды – 10000 евро.

Медаль Премии Гаусса

Символизирует синтез языка жестов природы и математики. Диск и квадрат, соединенные кривой, на реверсной стороне медали символизируют как метод наименьших квадратов, так и открытие орбиты Цереры. [Медальер – Jan Arnold](#)



12 сентября 2007 года открыт бюст Гаусса работы Георга Арфмана (нем. *Georg Arfmann*; 1927 – 2015) в Зале славы Вальхалла (нем. *Walhalla*) выдающихся исторических личностей. Зал расположен на берегу Дуная в 10 км от города Регенсбурга (нем. *Regensburg*). Здесь собраны 130 бюстов и 65 мемориальных досок известных деятелей за всю многовековую историю Германии.



Положение о медали Карла Гаусса (Carl Friederich Gauss) «За достижения в математике, физике, астрономии и геодезии» Рассмотрено и утверждено на заседании от 30.03.2014 № 05.

Президиум Европейской академии естественных наук (Ганновер, Германия) признал необходимым учредить медаль Карла Гаусса (1777 – 1855) для поощрения талантливых ученых и специалистов, осуществляющих работы в области математики, физики, астрономии, геодезии и прикладных знаний, а также внесших значительный вклад в применение научных достижений.

Медалью Карла Гаусса награждаются ученые, специалисты и изобретатели, чьи исследования, технологии и разработки привели к установлению важных научных достижений, а также за их применение в практической деятельности;

Медалью Карла Гаусса также награждаются кафедры, факультеты и организации, занимающиеся исследованиями в этих областях знаний, а также лица, содействующие использованию этих достижений в практической деятельности.

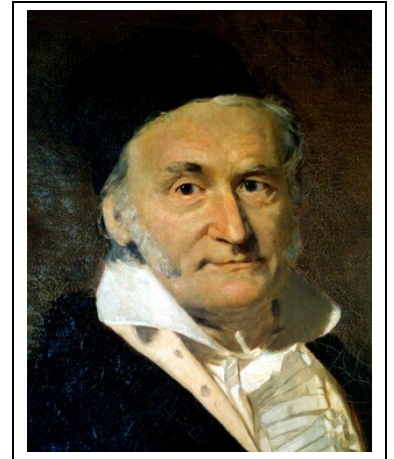


Эпилог. Карл Гаусс жил в эпоху огромных политических и социальных потрясений. Ему было 12 лет, когда Великой французской революцией была взята Бастилия. Он пережил взлёт Наполеона и его разгром при Ватерлоо, Алессандро Вольта, Андре Ампера, Революцию 1848 года в Германии и Георга Ома, застал и первую Европейскую индустриальную революцию. Развитие технологий позволило тогда осуществлять небывалые ранее эксперименты, математической основой которых были труды Гаусса. Некоторые из них с тех пор не до конца расшифрованы и остаются незавершёнными.

Портрет Карла Гаусса в Немецком музее шедевров естествознания и техники в Мюнхене (нем. *Deutsches Museum von Meisterwerken der Naturwissenschaft und Technik*) сопровождается следующие строки:

«Его разум проник в самые глубокие секреты чисел, пространства и природы; он измерил пути планет, форму и силы земли, внес вклад в развитие математической науки будущего».

«Sein Geist drang in die tiefsten Geheimnisse der Zahl, des Raumes, und der Natur; Er mass den Lauf der Gestirne, die Gestalt und die Kräfte der Erde; Die Entwicklung der mathematischen Wissenschaft eines kommenden Jahrhunderts trug er in sich».



Основные даты в жизни Карла Ф. Гаусса

- 1777, 30 апреля** – В Брауншвейге в семье переселенцев Дитриха Гаусса и Доротеи Бенц родился сын Карл.
- 1784** – Карл Гаусс поступил в гимназию Св. Катарины, где проучился 8 лет, проявив блестящие способности к математике и изучению языков.
- 1791** – Представлен при дворе герцогу Брауншвейгскому, который назначил юноше годовую стипендию.
- 1792, 18 февраля** – Поступил в колледж Collegium Carolinum, поддерживаемый герцогом Брауншвейгским. Увлекается древними и современными языками, изучает работы Ньютона, Эйлера и Лагранжа.
- 1795, октябрь** – Покинул Брауншвейг и поступил в Университет Гёттингена. Применение метода наименьших квадратов.
- 1796, 30 марта** – Опубликовал первую работу о построении правильного 17-угольника.
- 8 апреля** – Доказал основную теорему для квадратичных вычетов.
- 29 апреля** – Обобщил эту теорему для составных чисел.
- 22 июня** – Начал исследования по двоичным квадратичным формам.
- 27 июля** – Дал второе доказательство фундаментальной теоремы квадратичных вычетов.
- 1797, 8 января** – Начал исследование лемнискаты.
- 1 октября** – Доказал основную теорему алгебры.
- 1798, 29 сентября** – Возвращение в Брауншвейг и подготовка основной работы по теории чисел. Использование библиотеки Пфаффа Университета в Хельмштедте.

- 1799, 14 февраля** – Начал исследования тройных квадратичных форм.
- 16 июля** – Присвоение Карлу Гауссу учёной степени Ph.D Хельмшtedтским университетом.
Диссертация содержит доказательство основной теоремы алгебры. Более поздние доказательства этой теоремы были выполнены им в 1815, 1816 и 1849 годах.
- 1800, весна** – Исследования эллиптических функций.
- 1801, 29 сентября** – Публикация фундаментального труда «Арифметические исследования».
- декабрь** – Вычисление Гауссом эллиптических элементов орбиты Цереры.
- 1802, 5 сентября** – Предложено руководство Санкт-Петербургской обсерваторией.
- 1803, 20 января** – По рекомендации герцога Гаусс решил остаться в Брауншвейге.
- лето** – Посещение астронома Генриха Ольберса в Бремене.
- 1804** – Продолжение работ по астрономии.
- 1805, 9 октября** – Женитьба на Иоганне Остхоф,
- 1806, 21 августа** – Рождение сына, Иосифа.
- 1807, 25 июля** – Принимает в Бремене официальное предложение Гёттингенского университета.
- 21 ноября** – Первый семейный приезд Гауссов Гёттинген.
- 1808, 29 февраля** – Рождение дочери, Минны.
- 14 апреля** – смерть отца Карла Гаусса.
- осень** – Прибытие в Гёттинген доктора Шумахера для учёбы астрономии у Гаусса.
- 1809** – Публикация книги «Теория движения небесных тел, обращающихся вокруг Солнца по коническим сечениям».
- 10 сентября** – рождение Луи, сына,
- 11 октября** – смерть Иоганны, первой жены.
- 1810, 1 марта** – смерть Луи, сына,
- 4 августа** – Карл Гаусс женился на Минне Вальдек,
- осень** – Герлинг, Николаи, Мёбиус и Энке прибывают в Гёттинген, чтобы учиться у Гаусса.
Диоптрические исследования.
- 1811, лето** – исследования комет.
- 29 июля** – родился сын, Евгений.
- 1812** – Публикация работы «Общие исследования бесконечных гипергеометрических рядов».
- 1813, 23 октября** – рождение Вильгельма, сына.
- 1814** – Публикация работы Гаусса по новому методу численного интегрирования.
- 1815** – Новое доказательство фундаментальной теоремы алгебры.
- 1816, 9 июня** – рождение дочери, Терезы,
- 17 сентября** – переезд в Гёттинген.
- 1817** – Доротея, мать Гаусса, обустроивает с ним жилые помещения.
- 1818** – Начало геодезических работ Гаусса в Королевстве Ганновер.
- 1819** – Публикация работы Гаусса по методу наименьших квадратов.

- 1821 – Изобретение «Вицегелиотропа».
- 1822 – Публикация работы Гаусса по теории конформных отображений.
- 1827 – Публикация работы Гаусса по теории изогнутых поверхностей.
- 1828 – Посещение конференции в Берлине. Встреча с Александром Гумбольдтом и Вильгельмом Вебером.
- 1829 – Исследование механики и жидкостей в состоянии равновесия.
- 1830 – Сын Гаусса Юджин эмигрировал в США.
- 1831, 12 сентября – смерть Минны, второй жены.
- 1832 – Сын Гаусса Вильгельм эмигрировал в США. Начало исследований по магнетизму и электричеству.
- 1833 – Начало работ в сотрудничестве с Вебером, реализация электромагнитного телеграфа.
- 1835 – Публикации результатов по магнитным наблюдениям.
- 1836 – Основание магнитного союза и ежегодник «Результаты наблюдений Магнитного союза».
- 1837 – Встреча с Александром Гумбольдтом в Геттингене на 100-летию Университета,
декабрь – По приговору “Гёттингенской семёрке” Вебер и зять Гаусса Эвальд покидают Ганновер.
- 1838 – Гаусс награждён медалью Копли Лондонского королевского общества.
- 1839, 18 апреля – смерть матери Гаусса.
- 1840, 12 августа – смерть Минны, дочери Гаусса,
– издание Атласа земного магнетизма. Работа над теорией потенциала.
- 1843 – Публикация первой части «Исследований по высшей геодезии».
- 1844 – Публикация эллиптических элементов орбиты кометы Фая.
- 1845, Июль – Молния разрушила телеграфную связь Гаусса-Вебера.
- 1846 – Публикация второй части «Исследований по высшей геодезии». Риман знакомится с Гауссом.
- 1849, 16 июля – Юбилей докторской степени Гаусса.
- 1851 – Последние регулярные астрономические наблюдения Гаусса.
- 1854 – Посещение лекции Римана.
- 1955, 23 февраля – смерть Гаусса во сне.

Приложение 1

1. Биномиальная теорема

$$(1 + x)^n = 1 + \frac{n}{1} \cdot x + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \cdot x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot x^3 + \dots$$

где n – не обязательно положительное целое число, n может быть любым числом. Если n не целое положительное, то ряд в правой части является бесконечным и, для того чтобы выявить, когда этот ряд действительно равен $(1 + x)^n$, приходится исследовать, какие ограничения должны быть наложены на n и x , чтобы бесконечный ряд сходил к определенному конечному пределу. Так, если $x = -2$ и $n = -1$, то получаем абсурдный результат $(1 - 2)^{-1}$, равный $(-1)^{-1}$, т. е.

-1 равна $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots$, и так до бесконечности, т. е. что -1 есть сумма бесконечного множества чисел $1 + 2 + 4 + 8 + \dots$, что является бессмыслицей.

До того, как юный Гаусс не задал себе вопрос, сходится ли бесконечный ряд и действительно ли позволяет нам вычислять математические выражения (функции), для представления которых он используется, старшее поколение сведущих в анализе серьезно не беспокоилось о том, чтобы объяснить таинственность (и нелепость), появляющуюся из-за некритического употребления бесконечных процессов. Столкновение юного Гаусса с биномиальной теоремой вдохновило его на некоторые из величайших его трудов, и он стал первым среди проводников строгости в анализе.

Доказательство биномиальной теоремы, когда n не является целым числом, большим нуля, даже сегодня лежит за пределами элементарных учебников. Гаусс, не удовлетворенный тем, что он и Бартельс нашли в своем учебнике, дал доказательство. Это ввело его в математический анализ. Истинной сутью анализа является правильное употребление бесконечных процессов.

Так хорошо начатая работа должна была изменить весь вид математики. Ньютон, Лейбниц, Эйлер, Лагранж, Лаплас – все великие аналитики своего времени практически не имели представления о том, что теперь считается доказательством, включающим в себя бесконечные процессы. Первым, кто ясно увидел, что «доказательство», которое может привести к абсурдным утверждениям, подобным тому, что «минус единица равна бесконечности», вовсе не является доказательством, был Гаусс. Даже если в некоторых случаях формула дает согласованные результаты, ей нет места в математике, пока не определены точные условия, при которых она продолжает оставаться согласуемой.

Строгость, внесенная Гауссом в анализ, постепенно распространилась на всю математику в результате подхода к этому как самого Гаусса, так и его современников Абеля и Коши и последователей Вейерштрасса и Дедекинда. Математика после Гаусса стала заметно отличаться от математики Ньютона, Эйлера и Лагранжа.

2. Правильный семнадцатигульник

Посвятить себя математике Гаусс решил только после своего знаменитого открытия о возможности построения правильного 17-угольника с помощью циркуля и линейки. Открытие 19-летнего Гаусса произвело сенсацию: после Евклида, указавшего способы построения правильных многоугольников с числом сторон 3, 4, 5, $3 \cdot 2^k$, $4 \cdot 2^k$, $5 \cdot 2^k$, 15, ни одному математику не удавалось продолжить этот ряд, хотя эта проблема занимала очень многих. Гаусс доказал, что если n – число вида $2^{2^k} + 1$, то соответствующий n -угольник может быть построен циркулем и линейкой. В частности, полагая $k = 0, 1, 2, 3$, получим, что правильные 3-, 5-, 17- и 257- угольники можно построить циркулем и линейкой (а 7-угольник нельзя).

Как ни замечателен сам факт, открытый Гауссом, еще большее значение имел метод, который он применил, связав проблему построения правильных многоугольников с вопросом: когда корень уравнения $x^n - 1 = 0$ выражается с помощью только квадратных радикалов?

Приложение 2.

Электромагнитный телеграф Гаусса-Вебера

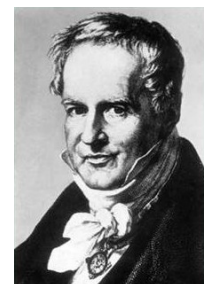
Начало XIX века ознаменовалось прорывными достижениями науки об электричестве, связанными с работами выдающихся учёных Алессандро Вольта (1745 – 1827), Анри Ампера (1775 – 1836) ↘, Георга Ома (1789 – 1854) [10], Майкла Фарадея (1791– 1867) и Джозефа Генри (1797 – 1878). [11] В 1820 году Ампер заметил, что ток, проходящий по "спиралям и завиткам" проводов, превращает их в магниты. Позже он придумал для них название "соленоиды" и предложил использовать электромагнитные явления для передачи сигналов. С 1820 по 1826 год был опубликован ряд теоретических и экспериментальных работ Ампера по электромагнетизму, в том числе его итоговый классический труд «Теория электродинамических явлений, выведенная исключительно из опыта». Слава Ампера быстро росла. Его часто посещали знаменитые физики, он получал приглашения из других стран для чтения докладов о своих разработках. В 1822...1824 годах одним из слушателей Ампера был молодой математик из России М.В. Остроградский (1801 – 1861).



Работы русского дипломата, историка-востоковеда и изобретателя-электротехника ↘ Павла Львовича Шиллинга (нем. *Schilling von Cannstatt*; 1786 – 1837) [12] впервые убедительно и достаточно наглядно доказывали несомненные преимущества электрического телеграфа перед семафорным. Александр Гумбольдт, познакомившись в 1829 году во время своего пребывания в Санкт-Петербурге, с изобретением Шиллинга, содействовал распространению идей Шиллинга в Германии. Произошло это при следующих обстоятельствах.

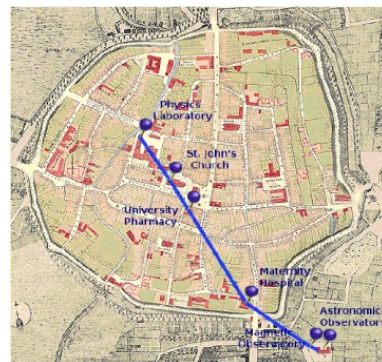


Карл Гаусс с начала 1830-х годов по поручению Александра фон Гумбольдта ↘ занимался измерениями земного магнетизма. Для этой цели он сконструировал так называемый «Однониточный магнитометр», представлявший собой магнитную пластину (стрелку), подвешенную так что она могла легко поворачиваться в горизонтальной плоскости. Реализовав с помощью зеркала и зрительной трубы с укрепленной на ней линейкой шкалы отсчётов метод зеркального гальванометра, Гаусс по величине и направлению отклонений магнитной стрелки с большой точностью мог судить об изменениях земного магнетизма. В указанных исследованиях принял участие Вильгельм Вебер. Их сотрудничество позволило организовать одновременные сравнительные измерения земного магнетизма в разных пунктах. Один магнитометр был установлен у университетской обсерватории, где работал Гаусс, второй – в физическом кабинете, где работал Вебер. Расстояние между этими пунктами по прямой – около 1,5 км. ↘



Гаусс и Вебер ↘ распространили эти исследования также на электрические

и электромагнитные явления, в частности для сравнительного изучения источников статического электричества, термоэлектричества, гальванического электричества и индуктированного электричества. Значительное место занимали измерения индуктивности длинных голых проводов, которые подвешивались над постройками между обсерваторией и физическим институтом.





— Первая телеграфная линия на современной фотографии Гёттингена (обсерватория Гаусса ↑)

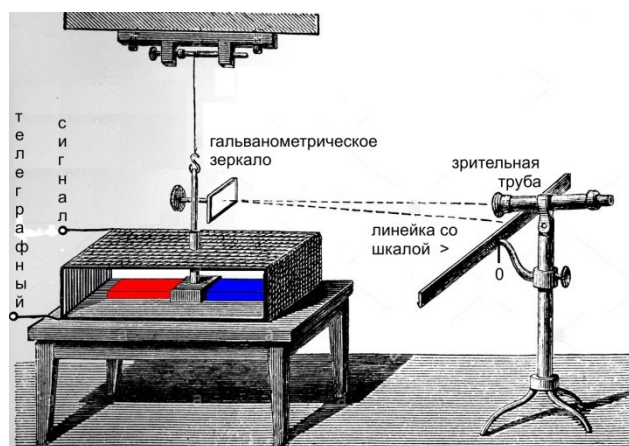
18 ноября 1833 года ученые передали данные, используя идеи Ампера и Шиллинга. Для этого к двум подвешенным в обсерватории проводам была подключена специально сконструированная 50-витковая обмотка на каркасе прямоугольной формы с подвешиваемой внутри него магнитной пластиной массой один фунт.

По этим проводам из физического кабинета Вебера разнополярными подключениями к ним гальванической батареи была передана первая телеграмма по собственному ↙ бинарному коду. Разнополярность



коммутаций при этом воспринималась как смещение визируемой линейки со

шкалой влево или вправо от 0 в окуляре зрительной трубы.



Гаусс и Вебер в течение нескольких лет систематически использовали такой телеграф для сверки применявшихся ими при работе астрономических часов и результатов наблюдений. Гальванические батареи доставляли им много хлопот, так как требовали частой замены и постоянной зачистки клемм. В дальнейшем ученые, воспользовавшись открытым Фарадеем явлением электромагнитной индукции, заменили батарею индуктором на стержневом магните с перемещающейся по поверхности его северного полюса N ↘ цилиндрической катушкой индуктивности. Она приводилась в движение деревянным манипулятором-коромыслом, содержащим два латунных шарика. В среднем положении коромысла катушка к двухпроводной линии связи не подсоединялась, а в крайних положениях – подключалась с переменной мест соединений начала и конца её обмотки. Секундное нажатие вниз на шарик коромысла в его положении, показанном на фотографии, двигало катушку индуктивности вверх в магнитном поле N , наводя в напряжение, на которое магнитная стрелка приёмной стороны реагировала поворотом направо. Аналогично, влево – в левом положении коромысла.



В 1835 году Шиллинг, направляясь в Бонн с докладом о телеграфе, специально заезжал в Геттинген к Гауссу. Как явствует из письма Гаусса к Шиллингу, которое 11 сентября 1835 года последнему передал Вебер в Бонне, Гаусс предлагал Шиллингу обратить внимание на целесообразность применения индуктивных токов.

«Позвольте мне задать вопрос, – писал Гаусс – где электромагнитная телеграфия будет сначала воплощена в жизнь на практике? Рано или поздно это, безусловно, произойдет, как только она сможет обеспечить более комфортные условия, чем оптическая телеграфия. Телеграфия с использованием индукции требует только простой цепи, и я считаю, что это можно сделать для передачи от восьми до десяти букв в минуту. Это, конечно, только идея, так как я не могу участвовать в дорогостоящих экспериментах, которые не имеют прямой научной цели».

Следует подчеркнуть, что ни Гаусс, ни Вебер не ставили перед собой задачу совершенствовать изобретение Шиллинга. Гаусс осознавал возможности, которые открывали электрические коммуникации: он предложил, чтобы в железнодорожных линиях (которые тогда только начинали распространяться) рельсы использовались как проводники для обеспечения связи на длинные дистанции.

Вебер в 1835 году пророчествовал: *«Когда земной шар будет покрыт сетью железных дорог и телеграфных проводов, эта сеть будет предоставлять услуги, сравнимые с тем, какую роль играет нервная система в человеческом теле, частично как транспортное средство, частично как средство для распространения идей и ощущений со скоростью света».*

После разрушения молнией телеграфной линии Гаусса-Вебера в 1845 году и начавшегося вскоре триумфального шествия американской телеграфной системы Морзе [13], научное достижение Гаусса и Вебера стало забываться. Но в ходе подготовки к Всемирной выставке 1873 года в Вене о нём вспомнили. «Имперское управление телеграфов» обратилось в Гёттингенский университет с вопросами, является ли до сих пор оригинальным телеграф Гаусса-Вебера и доступен ли он для выставочных целей? Выяснилось, что Вебер сохранил в рабочем состоянии свою телеграфную аппаратуру в исторической Коллекция 1-го Физического института.

В 2007 году Ассоциация метрологических компаний Гёттингена, в ознаменование 230-летия со дня рождения Гаусса, установила на здании его бывшей обсерватории зеленый лазер, отправляющий сообщения длинными и короткими лазерными импульсами с кодировкой букв бинарным кодом Гаусса. Вечернее зрелище всегда начинается через час после захода солнца и продолжается в течение двух часов... [14]



Список литературы

1. Бюлер В. Гаусс. Биографическое исследование: Пер. с англ. А.Л. Тоома / Под ред. С.Г. Гиндикина. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 208 с.
2. Гиндикин С.Г. Король математиков Гаусс// Книга «Рассказы о физиках и математиках». – 3-е изд. Расширенное. М.: МЦНМО, 2001. – 448 (308-362) с.
3. Carl Friedrich Gauss: Titan of Science/ G. Waldo Dunnington with additional material by Jeremy Gray and Fritz-Egbert Dohse. – Hafner Publishing, New York 1955. Reprinted 2004 by The Mathematical Association of America
4. Белл Э.Т. Король математиков Гаусс// Пособие для учителей «Творцы математики»/ пер. с англ. – М.: Просвещение, 1979. – 256 (178-217) с.
5. Antonio Rufian Lizana. Если бы числа могли говорить. Гаусс. Теория чисел. Пер. с исп./ Наука. Величайшие теории. Еженедельное издание. Выпуск № 8. – М.: Де Агостини, 2015. – 168 с. Режим доступа: URL <https://coollib.com/b/333374/read> (дата обращения 15.09.2017).
6. Самохин В.П., Мещеринова, К.В., Тихомирова Е.А. Андре-Мари Ампер (240-летие со дня рождения) // technomag.edu.ru: Наука и образование: электронное научно-техническое издание, 2015, вып. 1. Режим доступа: URL <http://dx.doi.org/10.7463/0115.0755871> (дата обращения 15.09.2017).
7. Самохин В.П., Мещеринова Е.А. Памяти Алессандро Вольты// technomag.edu.ru: Наука и образование: электронное научно-техническое издание, 2015, вып. 3. Режим доступа: URL <http://dx.doi.org/10.7463/0315.0763125> (дата обращения 15.09.2017).
8. Самохин В.П., Мещеринова, К.В., Тихомирова Е.А. Шарль Огюстен Кулон// technomag.edu.ru: Наука и образование: электронное научно-техническое издание, 2016, вып. 6. Режим доступа: URL <http://dx.doi.org/10.7463/0616.0842567> (дата обращения 15.09.2017).
9. Carl Friedrich Gauß/ <https://de.wikipedia.org> электронная энциклопедия, май, 2005. Режим доступа: https://de.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gau%C3%9F (дата обращения 15.09.2017).
10. Самохин В.П., Мещеринова, К.В. Памяти Георга Ома// technomag.edu.ru: Наука и образование: электронное научно-техническое издание, 2014, вып. 6. Режим доступа: URL <http://technomag.bmstu.ru/doc/717027.html> (дата обращения 15.09.2017).
11. Самохин В.П., Мещеринова, К.В. Памяти Джозефа Генри (1797 – 1878) // technomag.edu.ru: Наука и образование: электронное научно-техническое издание, 2013, вып. 5. Режим доступа: URL <http://technomag.bmstu.ru/doc/581765.html> (дата обращения 15.09.2017).
12. Самохин В.П., Тихомирова Е.А. 160 лет электромагнитному телеграфу России// technomag.edu.ru: Наука и образование: электронное научно-техническое издание, 2015, вып. 9. Режим доступа: URL <http://dx.doi.org/10.7463/0915.0813000> (дата обращения 15.09.2017).
13. Самохин В.П. Памяти Самуэля Морзе (1791 – 1872) // technomag.edu.ru: Наука и образование: электронное научно-техническое издание, 2012, вып. 6. Режим доступа: URL <http://technomag.bmstu.ru/doc/419300.html> (дата обращения 30.09.2017).
14. Kersting, Magdalena. Der Gauss-Weber-Telegraf// Sammlung und Physikalisches Museum Fakultät für Physik, Universität Göttingen, 2013.